

UNIVERSIDAD SAN PEDRO  
VICERRECTORADO ACADÉMICO  
ESCUELA DE POSGRADO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES



**Actividades basadas en el aprendizaje  
colaborativo y rendimiento académico de  
estudiantes de Matemática Superior de la  
escuela profesional de Administración de la  
Universidad Cesar Vallejo – Chimbote -  
2017-II**

Tesis para obtener el Grado Académico de Maestro en  
Educación con mención en Docencia Universitaria y Gestión  
Educativa

**Autor: Pérez Gonzáles, Miguel Dionicio**

Asesor: Cueva Valverde, William

Chimbote - Perú

2018

## INDICE

1.	PALABRAS CLAVES.....	i
2.	TITULO.....	ii
3.	RESUMEN .....	iii
4.	ABSTRACT.....	iv
5.	INTRODUCCION.....	1
5.1.	Antecedentes y fundamentación científica .....	1
5.1.1.	Antecedentes .....	1
5.1.2.	Fundamentación científica.....	5
5.2.	Justificación de la investigación .....	13
5.3.	Problema.....	14
5.4.	Conceptualización y operacionalización de las variables.....	15
5.4.1.	Definición conceptual de las variables.....	15
5.4.2.	Definición operacional de las variables.....	16
5.5.	Hipótesis de investigación (general) .....	18
5.6.	Objetivos .....	19
5.6.1.	General.....	19
5.6.2.	Específicos.....	19
6.	METODOLOGÍA.....	19
6.1.	Tipo y Diseño de la investigación. ....	19
6.1.1.	Tipo de investigación.....	19
6.1.2.	Diseño de investigación.....	20
6.2.	Población y muestra.....	20
6.2.1.	Población.....	20
6.2.2.	Muestra.....	20
6.3.	Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	20
6.3.1.	Técnicas.....	20
6.3.2.	Instrumentos.....	20

6.4. Análisis y procesamiento de la información .....	21
7. RESULTADOS .....	21
8. ANALISIS Y DISCUSION .....	25
9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	26
9.1. Conclusiones.....	26
9.2. Recomendaciones .....	27
10. AGRADECIMIENTOS.....	27
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	28
12. APENDICES Y ANEXOS .....	31

## 1. PALABRAS CLAVES

---

**Tema** Rendimiento Académico – Aprendizaje colaborativo

**Especialidad** Matemática

---

---

**Tema** Academic Performance - Collaborative Learning

**Specialty** Mathematic

---

## LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

AREA	SUBAREA	DISCIPLINA	LÍNEA DE INVESTIGACIÓN
Ciencias Sociales	Ciencias de la Educación	Educación General (Capacitación Pedagógica)	Didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje

## **2. TITULO**

ACTIVIDADES BASADAS EN EL APRENDIZAJE COLABORATIVO Y RENDIMIENTO ACADÉMICO DE ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA SUPERIOR DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ADMINISTRACIÓN DE LA UNIVERSIDAD CESAR VALLEJO – CHIMBOTE, 2017-II.

ACTIVITIES BASED ON COLLABORATIVE LEARNING AND ACADEMIC PERFORMANCE IN HIGHER MATH STUDENTS OF THE PROFESSIONAL ADMINISTRATIVE SCHOOL OF THE UNIVERSIDAD CESAR VALLEJO - CHIMBOTE, 2017-II.

### 3. RESUMEN

La presente investigación lleva como título: *Actividades basadas en el aprendizaje colaborativo y rendimiento académico de estudiantes de Matemática Superior de la escuela profesional de administración de la universidad Cesar Vallejo – Chimbote - 2017-2*. Tiene como propósito fundamental determinar la relación entre las actividades basadas en el aprendizaje colaborativo y el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote.

Se trabajó con un *diseño de investigación experimental* con un solo grupo de medición con pretest y posttest y la selección de una muestra conformada por 20 estudiantes hombres y mujeres matriculados en la asignatura de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II.

Los resultados establecen un promedio de 16,06 puntos cuando se aplicaron las actividades basadas en el aprendizaje colaborativo (post test), frente al promedio de 9,71 puntos del método tradicional (pre test), evidenciando una mejora en el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Superior en la UCV-Chimbote.

#### **4. ABSTRACT**

The present investigation takes the title: Activities based on collaborative learning and academic performance in students of higher mathematics of the professional school of administration of the Cesar Vallejo University - Chimbote - 2017-2. Its main purpose is to determine the relationship between collaborative activities and academic performance in the students of higher mathematics of the Professional School of Administration of the Cesar Vallejo University - Chimbote.

We worked with a research design called pre-experimental with a single group of measurement with pretest and posttest and we opted for the selection of a sample consisting of 20 male and female students of higher mathematics of the Professional School of Administration of the Cesar Vallejo University - Chimbote, 2017-II.

Whose results come from comparing that when the traditional method was applied (pres test) the average score was 9.71 points, while when the collaborative method was applied (post test) the average score was 16.06 points, which improved the academic performance in Superior Mathematic in the UCV- Chimbote.

## **5. INTRODUCCION**

### **5.1. Antecedentes y fundamentación científica**

#### **5.1.1. Antecedentes**

Después de haber hecho una búsqueda en las principales bibliotecas y las indagaciones de las principales ventanas de internet sobre el tema en cuestión se ha podido sistematizar los siguientes antecedentes.

Obando (2008), en su trabajo de investigación titulado Aprendizaje colaborativo en el rendimiento académico y habilidades sociales en el Programa de Especialización en Enfermería, en la ciudad de Lima concluye que "...la metodología de aprendizaje colaborativo mejora el rendimiento académico de los alumnos y también fortalece las habilidades sociales puesto que es una metodología alternativa que permite al alumno participar activamente en la construcción de su aprendizaje y el aprendizaje de sus pares. Al analizar los resultados, luego de la aplicación de la metodología de aprendizaje colaborativo, en el grupo experimental se observó que los alumnos mejoraron su promedio de rendimiento académico de 09 (pretest) a 14 (postest). En el grupo control, se usó la metodología tradicional y se observó que el promedio mejoró de 09 (pretest) a 11 (postest). En la presente investigación los resultados comparativos del rendimiento académico entre el pretest y el postest, muestran que ambos grupos aumentaron el promedio, lo cual era de esperar; puesto que ambas metodologías son estrategias educativas. Sin embargo, la diferencia radica en la magnitud de la mejora del rendimiento académico de cada grupo. En tal sentido, el grupo experimental logró incrementar su promedio en mayor medida que el grupo control" (p.34).

Es preciso aclarar que la colaboración no es el mecanismo que causa el aprendizaje, sino que la interacción entre las personas genera actividades extras como las explicaciones, los desacuerdos que despiertan mecanismos cognitivos adicionales y la internalización y extracción del conocimiento, que son mecanismos a través de los cuales se aprende. Este aprendizaje se genera en un contexto social, basándose en las ideas de Vygotsky, donde los compañeros de grupos que comprendieron mejor el tema actúan como mediadores en la zona de desarrollo

próximo, al explicar o dar ejemplos a los integrantes del grupo que no comprendieron bien, con la finalidad que todos conozcan adecuadamente la tarea; el rendimiento académico está relacionado con las estrategias cognitivas y metodológicas aplicadas por el docente, creando expectativas, motivación y un adecuado procesamiento de la información; estas estrategias metodológicas deben promover que el alumno no sea un simple receptor sino el principal agente de su desarrollo cognitivo con la ayuda del docente.

Lillo (2012). En su trabajo de investigación titulado, Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado en la ciudad de Viña del mar llega a las siguientes conclusiones: "...En relación al aprendizaje, las evaluaciones realizadas y lo expresado por los alumnos, reflejan un aprendizaje más significativo. Además se potenció un "espíritu crítico, participativo, constructivo y responsable" en los alumnos. Y se observó en las charlas realizadas a los funcionarios hospitalarios, un gran nivel de motivación en los alumnos por la labor realizada. (p.112)

Finalmente se considera que si se prioriza más los espacios de aprendizaje que los de enseñanza, si se permite que el estudiante participe en su proceso de formación tomando una posición activa, se está trabajando en el desarrollo de habilidades que lo preparan para un mundo que exige tener competencias como el manejo de la información, creatividad, dinamismo, capacidad de comunicarse, buenas relaciones interpersonales, liderazgo, entre otros. En resumen, se aprende algo más que los contenidos de la materia. Este tipo de iniciativas colaborativas mejora el rendimiento académico, incluso en cursos numerosos. Los estudiantes se involucran más en su propio proceso de aprendizaje. El socializar (discutir) el problema con compañeros motiva a responder al alumno, con mayores probabilidades de hacerlo correctamente.

Collazos (2009). En su trabajo de investigación titulado, Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor en la ciudad de Cali donde concluye: "El aprendizaje colaborativo no es un mecanismo simple, el conocimiento es construido, transformado y extendido por los estudiantes con una participación

activa del profesor cambiando su rol. De esta forma, los estudiantes construyen activamente su propio conocimiento y por tanto un rendimiento. El esfuerzo del profesor está enfocado en ayudar al estudiante a desarrollar talentos y competencia utilizando nuevos esquemas de enseñanza, convirtiéndose en un guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje” (p.9).

Scagnoli (2005). En su trabajo de investigación titulado, Estrategias Para Motivar el Aprendizaje Colaborativo en Cursos a Distancia en la ciudad de Champaign donde concluye diciendo que: “Los entornos virtuales facilitan y alientan el auto aprendizaje porque cada individuo puede investigar por sí mismo, sin esperar a que el docente proporcione recursos de información. Una búsqueda inteligente por Internet puede proporcionar al estudiante más información sobre un tema que la que el docente acaparó en su carrera. Sin embargo, el desafío que presenta el trabajo en los entornos virtuales es alentar a que este auto aprendizaje sirva para contribuir al conocimiento colectivo de los participantes de su clase o grupo de trabajo. La aplicación de estrategias que motivan moverse del auto aprendizaje al aprendizaje colaborativo requiere de un enfoque pedagógico basado en el constructivismo social que aliente actividades centradas en la participación del estudiante como parte de una comunidad de aprendizaje. Los desafíos para el docente incluyen el conocimiento del entorno virtual, y la comprensión de los objetivos del aprendizaje colaborativo. Es muy importante la familiaridad con el uso de aplicaciones en Internet que le permiten diseñar este tipo de actividades, porque eso facilita la planificación y el diseño de la clase. El entendimiento de los objetivos a los que apunta el aprendizaje colaborativo permiten que el docente cumpla un rol que lo habilite a acompañar sin monopolizar, guiar sin ser el centro, motivar constantemente al pensamiento crítico y la reflexión en voz alta entre los miembros del grupo”. (p.13)

Alentar al aprendizaje colaborativo implica ceder el control y el manejo de la información; tolerar tiempos y metodologías diferentes que se adaptan mejor a los estilos de cada grupo; confiar en las capacidades de los individuos para interactuar positivamente, respondiendo a consignas pre establecidas; y acompañar sin monopolizar mediante la intervención ocasional, el comentario que lleve a la

reflexión y la habilidad para capitalizar y hacer comprender el valor de lo aprendido no solo en cuanto al contenido sino también en cuanto a las actitudes adquiridas en el proceso.

Palomino (2008). En su trabajo de investigación titulado. Estrategia De Trabajo Colaborativo para el Diseño y la Elaboración del Plan Estratégico Educativo de la Congregación Dominicanas de Santa María Magdalena de Speyer Región – Perú, en la ciudad de Lima donde concluye: “El trabajo en equipo de manera colaborativa se dio a través de las modalidades virtual y presencial. Y aunque los participantes ya tenían experiencias previas de trabajo en equipo, ésta fue la primera vez que trabajaron colaborativamente y más aún a nivel interinstitucional, hecho que los motivó al trabajo y la necesidad de estar preparados para colaborar mejor, a pesar, de las dificultades de tiempo que tuvo que afrontar cada equipo para las reunirse durante la fase virtual siendo significativamente su aprendizaje....(p.116)

Collazos (2006). En su trabajo de investigación titulado. Cómo Aprovechar el Aprendizaje Colaborativo en el Aula en la ciudad de Sabana donde llega a las siguientes conclusiones: “...No es mágico. Aunque las investigaciones recientes demuestran los resultados positivos de su uso, este debe ser combinado con otras formas de buena enseñanza para que sea exitoso. No es simple. Hay mucho que aprender sobre el aprendizaje colaborativo debido a que las actividades en grupo son más complicadas que la enseñanza tradicional. La dinámica de los grupos crea nuevas variables que deben considerarse” (p.73).

El aprendizaje colaborativo es un área muy prominente para la investigación, no solamente porque responde a una fuerte demanda social, sino porque les facilita a los aprendices razonar acerca de la colaboración. Pero, para lograr efectivamente un buen ambiente de aprendizaje colaborativo, se hace necesario diseñar cuidadosamente la situación, observar detenidamente las interacciones y grabarlas sistemáticamente.

## **5.1.2. Fundamentación científica**

### **Rendimiento Académico**

Chadwick (1979) mencionado por Vigo, A. (2006) define el rendimiento académico como la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período o semestre, que se sintetiza en un calificativo final (cuantitativo en la mayoría de los casos) evaluador del nivel alcanzado.

Requena, (2000) afirma que el rendimiento académico es producto del esfuerzo y la capacidad de trabajo del estudiante, de las horas de estudio, de la competencia y el entrenamiento para la concentración. Asimismo de Natale, (1999), mencionado por N. Blanco (2004), manifiesta que el rendimiento académico es un conjunto de habilidades, destrezas, hábitos de estudio e interés que utiliza el estudiante para aprender. Agrega el autor que en el rendimiento académico intervienen muchas variables externas al sujeto, como la calidad del maestro, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo y variables psicológicas o internas, como la actitud hacia la asignatura, la personalidad el auto-concepto del estudiante, la motivación; es oportuno señalar que en el rendimiento académico intervienen una serie de factores que se encuentran en el entorno del discente, en éste caso, los que se están investigando en el presente trabajo son los factores socioeconómicos y pedagógicos.

### **Tipos**

#### **Rendimiento Individual**

Es el que se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. Lo que permitirá al profesor tomar decisiones pedagógicas posteriores. Los aspectos de rendimiento individual se apoyan en la exploración de los conocimientos y de los hábitos culturales, campo cognoscitivo o intelectual. También en el rendimiento intervienen aspectos de la personalidad que son los afectivos. Comprende:

### **a. Rendimiento General**

Es el que se manifiesta mientras el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las Líneas de Acción Educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno.

### **b. Rendimiento específico**

Es el que se da en la resolución de los problemas personales, desarrollo en la vida profesional, familiar y social que se les presentan en el futuro. En este rendimiento la realización de la evaluación de más fácil, por cuanto si se evalúa la vida afectiva del alumno, se debe considerar su conducta parceladamente: sus relaciones con el maestro, con las cosas, consigo mismo, con su modo de vida y con los demás.

### **c. Rendimiento Social**

La institución educativa al influir sobre un individuo, no se limita a éste sino que a través del mismo ejerce influencia de la sociedad en que se desarrolla. Desde el punto de vista cuantitativo, el primer aspecto de influencia social es la extensión de la misma, manifestada a través de campo geográfico. Además, se debe considerar el campo demográfico constituido, por el número de personas a las que se extiende la acción educativa.

### **Factores**

Desde la dificultad propia de algunas asignaturas, hasta la gran cantidad de exámenes que pueden coincidir en una fecha, pasando por la amplia extensión de ciertos programas educativos, son muchos los motivos que pueden llevar a un alumno a mostrar un pobre rendimiento académico. Otras cuestiones están directamente relacionadas al factor psicológico, como la poca motivación, el desinterés o las distracciones en clase, que dificultan la comprensión de los conocimientos impartidos por el docente y termina afectando al rendimiento académico a la hora de las evaluaciones. Por otra parte, el rendimiento académico puede estar asociado a la subjetividad del docente cuando corrige. Ciertas

materias, en especial aquellas que pertenecen a las ciencias sociales, pueden generar distintas interpretaciones o explicaciones, que el profesor debe saber analizar en la corrección para determinar si el estudiante ha comprendido o no los conceptos. En todos los casos, los especialistas recomiendan la adopción de hábitos de estudio saludables (por ejemplo, no estudiar muchas horas seguidas en la noche previa al examen, sino repartir el tiempo dedicado al estudio) para mejorar el rendimiento escolar.

#### Para Lograr un alto Rendimiento Académico

- Criterios que definen un ambiente familiar propicio para un alto rendimiento académico y un posterior éxito personal y social de los hijos e hijas.
- Unidad de criterios entre los padres.
- Firmeza y autoridad en lo fundamental, practicada y ejercida por igual entre padre y madre.
- Respeto a un horario familiar más o menos flexible.
- Constancia y fortaleza para solicitar al estudiante el cumplimiento de las obligaciones y deberes, de acuerdo a su edad y desarrollo. Expresiones cálidas de estima y aprecio a los hijos (as).
- Ayuda y estímulo a los hijos (as) para que consigan las cosas por sus propios medios.
- Cooperación con los docentes de los hijos.
- Diálogo en las relaciones padres e hijos (Calderón, 2003).

#### **Aprendizaje Colaborativo**

El aprendizaje colaborativo es una técnica didáctica que promueve el aprendizaje centrado en el alumno basando el trabajo en pequeños grupos, donde los estudiantes con diferentes niveles de habilidad utilizan una variedad de actividades de aprendizaje para mejorar su entendimiento sobre una materia. Cada miembro del grupo de trabajo es responsable no solo de su aprendizaje, sino de ayudar a sus compañeros a aprender, creando con ello una atmósfera de logro. Los estudiantes trabajan en una tarea hasta que los miembros del grupo la han completado exitosamente.

La técnica didáctica de aprendizaje colaborativo involucra a los estudiantes en actividades de aprendizaje que les permite procesar información, lo que da como resultado mayor retención de la materia de estudio, de igual manera, mejora las actitudes hacia el aprendizaje, las relaciones interpersonales y hacia los miembros del grupo.

Permite reconocer a las diferencias individuales, aumenta el desarrollo interpersonal.

- Permite que el estudiante se involucre en su propio aprendizaje y contribuye al logro del aprendizaje del grupo, lo que le da sentido de logro y pertenencia y aumento de autoestima.
- Aumenta las oportunidades de recibir y dar retroalimentación personalizada. Los esfuerzos cooperativos dan como resultado que los participantes trabajen por mutuo beneficio de tal manera que todos los miembros del grupo:
  - Ganan por los esfuerzos de cada uno y de otros.
  - Reconocen que todos los miembros del grupo comparten un destino común. Saben que el buen desempeño de uno es causado tanto por sí mismo como por el buen desempeño de los miembros del grupo.

Suarez, C. (2003), considera al aprendizaje colaborativo como: “Un amplio y heterogéneo conjunto de métodos de instrucción estructurado en los que los estudiantes trabajan juntos, en grupos o equipos, en tareas generalmente académicas. Poseen un formato de antemano de modo que el profesor sabe en todo momento cuál es el siguiente paso, que varía en función del método en particular, pero todos incluyen pequeños grupos de estudiantes (por lo general entre 4 y 6) ayudándose mutuamente a controlar una tarea o material escolares ofertados por el docente”.

El alumno no aprende solo, sino con actividades mediada por la influencia de los otros, por eso el aprendizaje es una actividad de reconstrucción de los saberes de una cultura. “En el ámbito escolar, la posibilidad de enriquecer nuestro conocimiento, ampliar nuestras perspectivas y desarrollarnos como personas está determinada por la comunicación y el contacto interpersonal con los docentes y los compañeros de grupo”.

La acción conjunta y los intercambios comunicativos, es un proceso de negociación, que se construyen los marcos de referencia interpersonales que conducirán a lograr un significado compartido de la actividad. Es decir, los alumnos construyen significados a propósito de ciertos contenidos culturales, y los construyen sobre todo gracias a la interacción que establecen con el docente y con sus compañeros.

La enseñanza individualizada permite trabajar al alumno con independencia y a su propio ritmo, y es importante promover la colaboración y el trabajo grupal, porque los estudiantes aprenden más, sienten placer por ir a la escuela, establecen mejores relaciones con los demás, aumenta su autoestima y aprenden habilidades sociales más efectivas cuando trabajan en grupos cooperativos que al hacerlo de manera individualista y competitiva; permite asimismo la práctica de la democracia y el respeto al pluralismo en sociedades multiculturales, favorece la interdependencia positiva entre los miembros del grupo; evita la estratificación social en el aula donde el poder, los privilegios y el prestigio se distribuyen; las recompensas son beneficiosos tanto para sí mismos como para los miembros restantes. Según estas precisiones, se puede establecer que:

- a) El aprendizaje colaborativo se sustenta en la teoría socioculturalista de Vygotsky por la situación relacional entre los estudiantes,
- b) El aprendizaje colaborativo es una forma de práctica pedagógica o didáctica que el docente realiza al generar el aprendizaje.
- c) Como forma de acción didáctica el aprendizaje colaborativo propone la interacción entre los alumnos para desarrollar el aprendizaje.
- d) Durante el aprendizaje colaborativo la organización de los estudiantes es en equipos pequeños para realizar trabajos interactuando y ayudándose mutuamente sin descuidar el aprendizaje de todos y cada uno de los miembros del equipo.

### **Componentes esenciales del aprendizaje colaborativo**

Johnson, Johnson y Holubec (1999) señalan los siguientes:

1. Interdependencia positiva: la cual existe cuando los estudiantes perciben un vínculo con sus compañeros de grupo de forma tal, que no pueden lograr el éxito sin ellos (y viceversa), coordinando sus esfuerzos con los de sus

compañeros para poder completar una tarea, compartiendo recursos, proporcionando apoyo mutuo y celebrando juntos el éxito.

2. Interacción cara a cara, estimuladora: La interacción cara a cara es muy importante porque existe un conjunto de actividades cognitivas y dinámicas interpersonales que sólo ocurre cuando los estudiantes interactúan entre sí en relación a los materiales y actividades, permitiendo la posibilidad de ayudar y asistir a los demás. Este tipo de interacción permite que los estudiantes obtengan retroalimentación de los demás y ejerzan presión social sobre los miembros poco motivados para trabajar.
3. Valoración personal - .responsabilidad personal: El propósito de los grupos de aprendizaje cooperativo es fortalecer académicamente y actitudinalmente a sus integrantes, por lo tanto, se requiere de la existencia de una evaluación del avance personal, la cual va dirigida hacia el individuo y hacia el grupo. Para asegurar que cada individuo sea valorado convenientemente se recomienda:
  - Evaluar cuanto del esfuerzo que realiza cada miembro contribuye al trabajo de grupo
  - Proporcionar retroalimentación a nivel individual así como grupal.
  - Auxiliar a los grupos a evitar esfuerzos redundantes por parte de sus miembros
  - Asegurar que cada miembro sea responsable del resultado final.
4. Habilidades interpersonales y de equipo: Deben enseñarse a los alumnos las habilidades sociales requeridas para lograr una colaboración de alto nivel y para estar motivado a emplearlas. En particular debe enseñarse a los alumnos a conocerse y confiar unos en otros, comunicarse de manera precisa, sin ambigüedades, aceptarse y apoyarse mutuamente y resolver conflictos constructivamente.
5. Evaluación grupal: Los miembros del grupo necesitan reflexionar y discutir entre sí cuál es el nivel de logro de sus metas y mantenimiento efectivo de relaciones de trabajo, identificando cuáles de las acciones de los miembros son útiles, y tomar decisiones acerca de las acciones que deben continuar o cambiar.

## **Tipos de grupos y roles grupales en el aprendizaje colaborativo**

Existen tres tipos de grupos para el aprendizaje colaborativo: el formal, el informal y los grupos colaborativos de base. (Johnson, Johnson y Holubec, 1999)

Los grupos de aprendizaje colaborativo formal duran entre una clase y varias semanas, se puede estructurar cualquier actividad académica para el aprendizaje colaborativo formal; los grupos de aprendizaje colaborativo formal aseguran que los alumnos se involucren de manera activa en el trabajo intelectual de organizar el material, explicarlo, resumirlo o integrarlo en las estructuras conceptuales existentes. Son el corazón del aprendizaje colaborativo.

Los grupos de aprendizaje colaborativo informal son grupos ad hoc que duran unos minutos dentro de una clase, se les utiliza durante la enseñanza directa (explicaciones, demostraciones, ejercicios grupales) para concentrar la atención de los alumnos en los materiales que deben aprender, crear un clima favorable para el aprendizaje, ayudar a establecer expectativas sobre lo que abarcará la actividad, asegurar que los alumnos procesen cognitivamente el material que se está enseñando y proporcionar cierre a una situación educativa.

Los grupos colaborativos de base son grupos heterogéneos, de largo plazo (duran al menos un semestre) y con miembros estables; su objetivo principal es hacer que los integrantes del grupo se ofrezcan entre sí el apoyo, la ayuda y el aliento necesarios para progresar académicamente; los grupos de base ofrecen a los alumnos relaciones comprometidas a largo plazo.

No existe grupo ideal. La productividad de un grupo no está determinada por quiénes lo integran, sino por la forma en que trabajen juntos. En ciertos casos, se puede recurrir a grupos de aprendizaje colaborativo homogéneo para enseñar determinadas habilidades o para alcanzar determinados objetivos de enseñanza. Pero, en general, es conveniente recurrir a grupos heterogéneos, en los que sus integrantes proceden de diferentes ámbitos, tienen diversas aptitudes, experiencias e intereses, porque de este modo los alumnos:

- Se exponen a ideas variadas, múltiples perspectivas y diferentes métodos de resolución de problemas.

- Generan desequilibrios cognitivos, que estimulan el aprendizaje, la creatividad y el desarrollo cognitivo y social.
- Se involucran en un pensamiento más elaborado, dan y reciben más explicaciones y adoptan con más frecuencia puntos de vista personales para discutir el material. Todo esto aumenta la profundidad de la comprensión, la calidad del razonamiento y la precisión de retención a largo plazo.

En lo referente al arreglo del aula, se sugiere acomodar círculos de trabajo con roles complementarios interconectados y rotativos entre los miembros del grupo: (Johnson, Johnson y Holubec, 1999). Estos roles dependen de la actividad y del tamaño del grupo. El docente puede seleccionar los más apropiados según la situación de aprendizaje:

- Un compendiador, que se encargará de resumir las principales conclusiones o respuestas generadas por el grupo.
- Un inspector, que se asegurará que todos los miembros del grupo puedan intervenir y decir explícitamente como arribaron a una conclusión o respuesta.
- Un entrenador, que corrige los errores de las explicaciones o resúmenes de los otros miembros.
- Un elaborador, que tiene como tarea pedir a los integrantes del equipo relacionar los nuevos conceptos y estrategias con el material aprendido previamente.
- Un investigador-mensajero, que consigue los materiales que el grupo necesita y se comunica con los otros grupos y con el profesor.
- Un registrador, cuya función es escribir las decisiones del grupo y editar el reporte del trabajo.

### **Rol del docente y estrategias para favorecer situaciones de aprendizaje colaborativo**

El rol central del docente es el de actuar como mediador o intermediario entre los contenidos y la actividad constructivista que despliegan los alumnos para asimilarlos. Esto ha conducido a los psicólogos de la corriente sociocultural a plantear que los aprendizajes ocurren primero en un plano interpsicológico (mediado por la influencia de otros) y en segundo plano a nivel intrapsicológico, una vez que los aprendizajes han sido interiorizados, debido

al andamiaje que ejercen en el aprendiz aquellos individuos expertos que lo han ayudado a asumir gradualmente el control de sus acciones. Se resumen algunas estrategias que permiten al docente estructurar el proceso de enseñanza para el logro del aprendizaje colaborativo (Díaz y Hernández, 2001)

1. Especificar los objetivos del curso, de la unidad, de la clase.
2. Tomar decisiones acerca de la conformación, tipo, tamaño de los grupos y acerca de los roles que desempeñarán los estudiantes para asegurar la interdependencia.
3. Planear materiales de enseñanza y estructurar la meta grupal de interdependencia positiva.
4. Explicar la tarea educativa y los criterios de éxito.
5. Monitorear la efectividad de los grupos. Intervenir para proveer asistencia en las tareas, responder preguntas, enseñar recursos e incrementar las habilidades interpersonales del grupo.
6. Proporcionar un cierre, evaluar calidad y cantidad del aprendizaje de los estudiantes y valorar el buen funcionamiento del grupo.

## **5.2. Justificación de la investigación**

La presente investigación parte del supuesto de que el trabajo colaborativo mejora la calidad de los aprendizajes y promueve el desarrollo de habilidades sociales en los jóvenes.

Este trabajo busca dar cuenta de los pasos que se realizarán para llevar a cabo un plan de intervención que permitirá en conjunto mejorar la práctica docente, específicamente en lo relativo al uso de estrategias colaborativas, lo que permitirá una mejora en el desarrollo de las habilidades cognitivas y sociales de los alumnos.

Con esta investigación se busca que los docentes reflexionen sobre sus prácticas, así como también que creen, de manera colectiva, material para desarrollar e implementar el trabajo colaborativo en el aula. Asimismo, se debe señalar que como plantea Latorre (2003), el objetivo detrás de esta investigación es revisar la propia práctica con el claro objetivo de mejorarla.

Es evidente que para conseguir mejoras será necesario establecer otro ciclo de acción, el cual dependerá de los resultados obtenidos, así como de las relaciones que se generen entre profesores, alumnos e investigadores. Todo esto llevará a nuevas observaciones, acciones y reflexiones, iniciando otro ciclo de investigación.

Uno de los temores de los docentes es generar una desmotivación muy grande en todo lo que pretendían hacer o ser y generan inseguridad en todo lo que desean realizar cuando diseñan nuevas propuestas por el temor tal vez de fallar.

Lo que se pretende con este trabajo de tesis es determinar que la aplicación de una propuesta de actividades colaborativas mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote 2017-II, así como también se pretende ayudar a los estudiantes para que puedan desarrollar las habilidades y estrategias en el campo profesional y formar mejores generaciones, para que sean personas competentes en la sociedad.

### **5.3.Problema**

A partir de los antecedentes ya expuestos anteriormente, formulamos las siguientes preguntas:

#### **Pregunta general**

¿En qué medida la aplicación de una propuesta basado en el aprendizaje colaborativo mejora significativamente el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote?

#### **Preguntas específicas**

- a. ¿Cuál es el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II?

- b. ¿Cuál es el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II, aplicando el aprendizaje colaborativo?
- c. ¿Existe asociación entre el aprendizaje colaborativo y el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II?

## **5.4. Conceptualización y operacionalización de las variables**

### **5.4.1. Definición conceptual de las variables**

#### **a) Variable independiente**

Aprendizaje Colaborativo.

#### **b) Variable dependiente**

Rendimiento académico.

- **Aprendizaje colaborativo**

Es un amplio y heterogéneo conjunto de métodos de instrucción estructurado en los que los estudiantes trabajan juntos, en grupos o equipos, en tareas generalmente académicas, incluyen pequeños grupos de estudiantes (por lo general entre 4 y 6) ayudándose mutuamente a controlar una tarea o material escolares ofertados por el docente para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

- **Rendimiento académico**

Es un parámetro resultado de la medición de capacidades del estudiante en nuestro caso universitario de Administración donde se valora lo aprendido o adquirido luego de un proceso formativo. Está asociado a múltiples factores y uno de ellos es la parte práctica o experimental.

#### 5.4.2. Definición operacional de las variables

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES
<p style="text-align: center;"><b>INDEPENDIENTE</b></p> <p>- <b>Aprendizaje Colaborativo</b></p>	<p>Interdependencia positiva</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifican la meta de equipo describiéndola en su informe final.</li> <li>- Elaboran un breve plan de trabajo en equipo describiéndola en su informe final.</li> </ul>
	<p>Responsabilidad individual y de equipo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Asumen compromisos y roles para el trabajo común demostrándolo en la realización de la actividad.</li> <li>- Muestran confraternidad y compañerismo demostrándolo en el desarrollo de las actividades para llegar a la meta.</li> </ul>
	<p>Interacción estimuladora</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Promueven el éxito personal y del equipo.</li> <li>- Brindan opiniones y sugerencias comunicándolo en el desarrollo de la tarea.</li> </ul>
	<p>Gestión interna de equipo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ponen en práctica sus habilidades interpersonales para el trabajo en equipo.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organizan la estrategia de trabajo.</li> <li>- Muestra tolerancia a las ideas de los demás</li> </ul>
	Evaluación interna de equipo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evalúan su desempeño en el equipo.</li> <li>- Evalúan el logro de la meta de equipo</li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b>DEPENDIENTE</b></p> <p>- <b>Rendimiento académico</b></p>	Algebra para la gestión empresarial	<p>Resuelve ejercicios aplicando las expresiones algebraicas y sus operaciones, para resolver problemas de gestión empresarial.</p> <p>Maximiza las utilidades y minimiza costos usando la Programación Lineal.</p>
	Aplicación de funciones en la gestión	Realiza operaciones de cálculo matricial en la resolución de problemas específicos de administración.
		Resuelve problemas con las funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y logarítmicas en administración.
	Introducción al Cálculo Diferencial e Integral	Utiliza el cálculo diferencial como herramienta para resolver problemas de administración extraídos de situaciones reales.
		Resuelve situaciones problemáticas bajo un contexto real económico haciendo uso del cálculo integral.

## **5.5.Hipótesis de investigación (general)**

La aplicación de una propuesta de actividades colaborativas mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote.

### **Hipótesis específicas**

- a. El rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II es bajo.
- b. El rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote 2017-II, luego de la aplicación del aprendizaje colaborativo es bueno.
- c. El aprendizaje colaborativo mejora significativamente el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II.

### **Hipótesis estadística**

#### **Hipótesis nula**

$H_0$ : La aplicación de una propuesta del trabajo colaborativo no mejora significativamente el rendimiento académico.

#### **Hipótesis alternativa**

$H_a$ : La aplicación de una propuesta del trabajo colaborativo mejora significativamente el rendimiento académico.

## **5.6. Objetivos**

### **5.6.1. General**

Determinar que la aplicación de una propuesta de actividades colaborativas mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote.

### **5.6.2. Específicos**

- a. Determinar el nivel de rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la escuela académica profesional de administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, antes de aplicar la propuesta de actividades colaborativas.
- b. Determinar el nivel de rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la escuela académica profesional de administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, después de aplicar la propuesta de actividades colaborativas.
- c. Comparar los resultados del rendimiento académico antes y después de la aplicación de la propuesta de actividades colaborativas en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote.

## **6. METODOLOGÍA**

### **6.1. Tipo y Diseño de la investigación.**

#### **6.1.1. Tipo de investigación**

Por la orientación del estudio, la investigación fue aplicada, dado que se aportó conocimientos sobre la aplicación de una propuesta de actividades colaborativas en el rendimiento académico en la población de estudio para mejorar el rendimiento académico; por la técnica de contrastación esta investigación fue **experimental** (Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P., 2005).

### 6.1.2. Diseño de investigación

El *diseño* de investigación fue *experimental* con pre test y pos test con un grupo de 20 alumnos, cuyo diagrama es el siguiente:

**G<sub>e</sub>                      O<sub>1</sub>                      V<sub>i</sub>                      O<sub>2</sub>**

**Dónde:**

**G<sub>e</sub>**     : Grupo pre-experimental

**O<sub>1</sub>**     : Variable dependiente (Pre test)

**O<sub>2</sub>**     : Variable dependiente (Pos test)

**V<sub>i</sub>**     : Variable independiente (aplicación del tratamiento pre experimental)

## 6.2. Población y muestra

### 6.2.1. Población

La población estuvo constituida por 20 estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II, cuya distribución presentamos.

### 6.2.2. Muestra

Está conformada por la misma población

## 6.3. Técnicas e instrumentos de recolección de información

### 6.3.1. Técnicas

- Análisis de documentos
- Observación.

### 6.3.2. Instrumentos

Para medir la variable Rendimiento académico se empleó la Pre-test o prueba de entrada, conceptual, procedimental y Actitudinal, con el fin de conocer en qué situación van a empezar la asignatura es decir los conocimientos previos de los estudiantes, Post-test o prueba de salida.- Conceptual, procedimental actitudinal, se espera medir la influencia al aplicar el aprendizaje colaborativo.

#### 6.4. Análisis y procesamiento de la información

La información recogida formó parte de una base de datos mediante el uso de Excel; luego, se hará uso del SPSS (versión 24).

Para el procesamiento estadístico se ha previsto la aplicación de la estadística descriptiva, como la tabla de frecuencias simples y porcentuales, y los gráficos de barras.

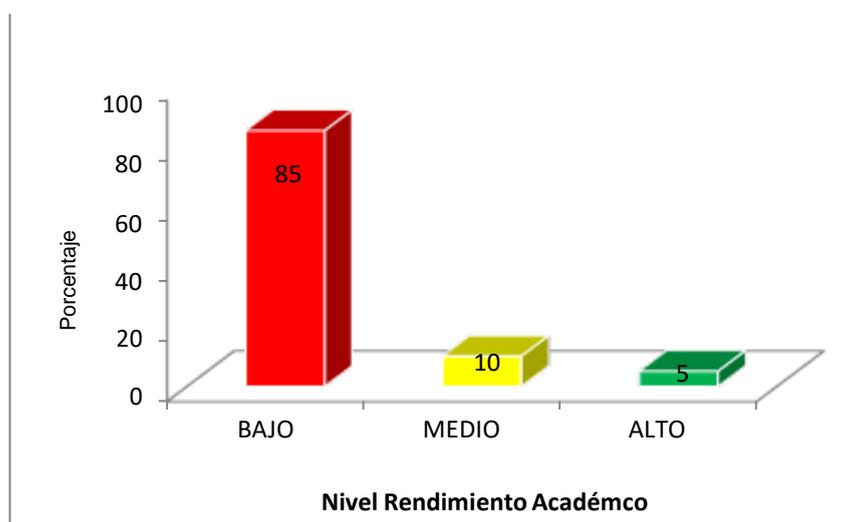
La estadística inferencial se determinó mediante el procedimiento estadístico de prueba T-Student.

### 7. RESULTADOS

**Tabla 1**

Nivel de rendimiento académico de matemática superior de los estudiantes de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II antes de la aplicación del trabajo.

Nivel	N° Estudiantes	Porcentaje
Bajo	17	85
Medio	2	10
Alto	1	5
Total	20	100



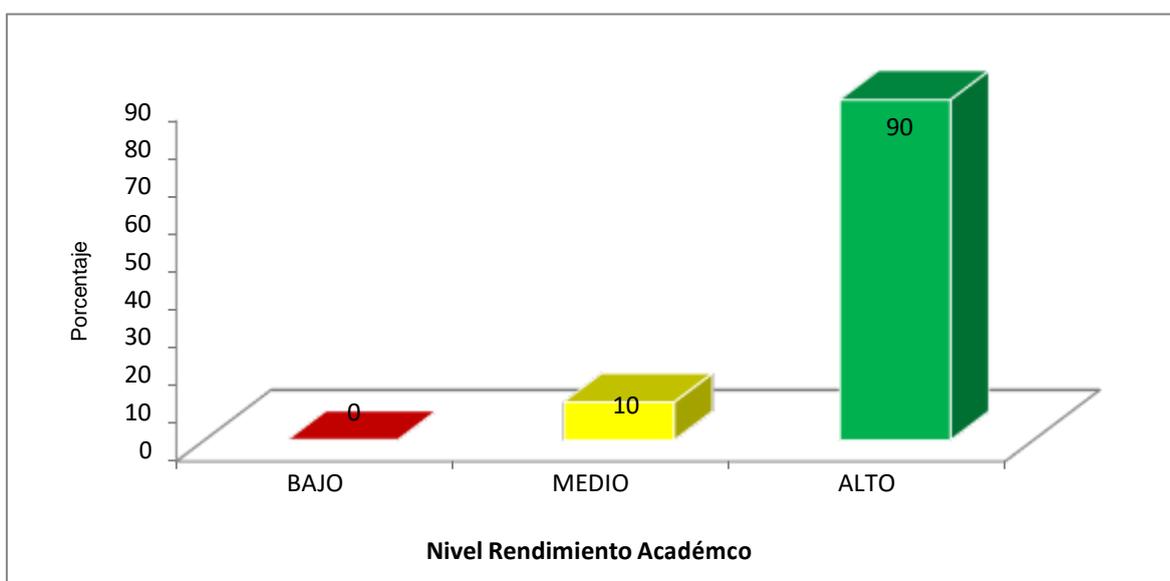
**Figura 1:** Nivel de rendimiento académico de matemática superior de los estudiantes de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II antes de la aplicación del trabajo

**Tabla 2**

Nivel de rendimiento académico de matemática superior de los estudiantes de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II después de la aplicación del trabajo

Nivel	N° Estudiantes	Porcentaje
Bajo	0	0
Medio	2	10
Alto	18	90
Total	20	100

Fuente: Datos recolectados de la evaluación



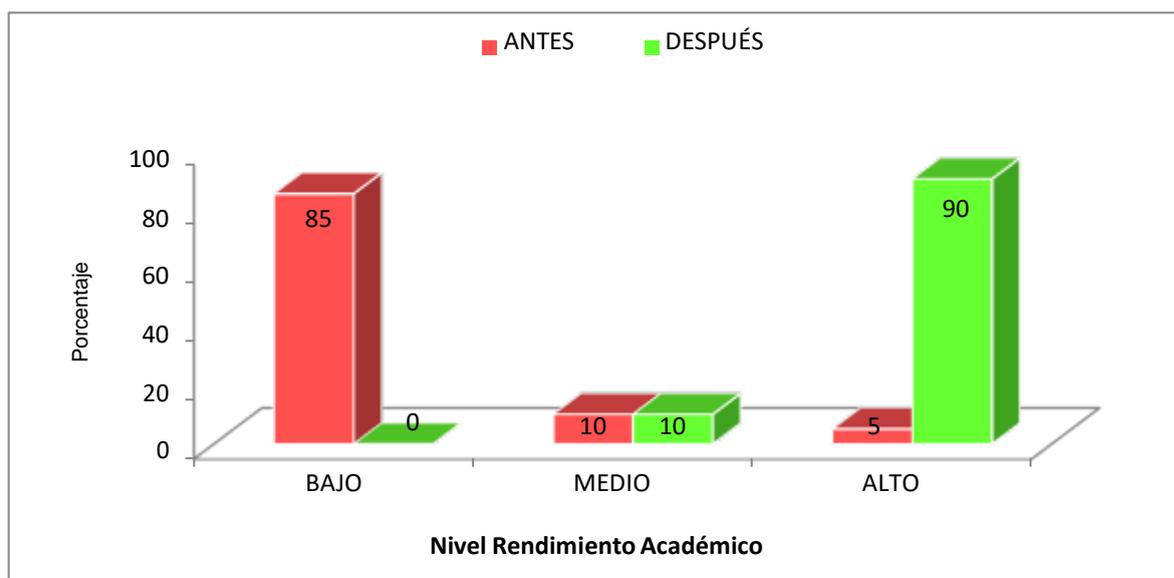
**Figura 2:** Nivel de rendimiento académico de matemática superior de los estudiantes de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II después de la aplicación del trabajo

**Tabla 3**

Comparación del rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II antes y después de la aplicación del trabajo colaborativo

Nivel Rendimiento Académico	ANTES		DESPUÉS	
	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje	Porcentaje
BAJO	17	85	0	0
MEDIO	2	10	2	10
ALTO	1	5	18	90
Total	20	100	20	100

Fuente: Elaboración propia



**Figura 3:** Comparación del rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II antes y después de la aplicación del trabajo colaborativo

**Tabla 4**

Estadísticos Descriptivos del rendimiento académico por la Aplicación del estilo de trabajo colaborativo en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional

<u>Aplicación del estilo de trabajo colaborativo</u>	Media	N	Desviación estándar	Coefficiente de Variación CV
<u>Pretest</u>	8.10	20	2.360	29.20%
<u>Postest</u>	15.85	20	1.348	8.5%

En la tabla 4 se observa en el pre test su puntaje promedio fue de 8.10 y en el pos test de 15.85 obteniéndose una ganancia pedagógica de 7.75 puntos. Sus coeficientes de variación presentan estabilidad (homogeneidad) tanto en el pre test como el pos test en cuanto a su rendimiento observándose mayor estabilidad en el pos test en 8.5% (CV) en las notas.

**Tabla 5**

Aplicación del estilo de trabajo colaborativo mejora el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017- II.

**Prueba de muestras emparejadas**

	t	gl	P (valor)	Nivel de Significació n	Decisión
pre test – pos test	-23.962	19	,000	$\alpha = 0.05$	$P=0.00 < \alpha = 0.05$ se rechaza $H_0$

Como  $p = 0,000$  es inferior a  $\alpha = 0.05$  entonces se decide decir que existe diferencia significativa de promedios entre el pre test y pos test del grupo experimental. Por lo tanto

Se puede decir que la Aplicación del estilo de trabajo colaborativo mejora el rendimiento académico en los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017- II.

## 8. ANALISIS Y DISCUSION

Los resultados obtenidos en el presente estudio comprueban fehacientemente la hipótesis propuesta: La aplicación de actividades colaborativas mejora significativamente el rendimiento académico de los estudiantes de matemática superior de la Escuela Profesional de Administración de la Universidad Cesar Vallejo – Chimbote.

En el pre test, se puede apreciar que la mayoría de estudiantes no identifica las funciones ni sus aplicaciones en la gestión empresarial, sin embargo, en el post test la mayoría de estudiantes identifica y aplica las funciones en la gestión empresarial.

De igual manera en el pre test, se puede apreciar que la mayoría de estudiantes no relaciona el cálculo superior con la realidad. Sin embargo, en el post test la mayoría de estudiantes identifica y aplica el cálculo superior en la gestión empresarial.

En resumen, en el pre test se puede afirmar que la mayoría de estudiantes no conocen, ni aplican funciones ni calculo superior. A pesar de ello, en el post test la mayoría de estudiantes conocen y aplican funciones y calculo superior en la gestión empresarial.

Por otro lado, Obando (2008), en su trabajo de investigación titulado Aprendizaje colaborativo en el rendimiento académico y habilidades sociales en el Programa de Especialización en Enfermería en la ciudad de Lima concluye que la metodología de aprendizaje colaborativo mejora el rendimiento académico de los alumnos y también fortalece las habilidades sociales puesto que es una metodología alternativa que permite al alumno participar activamente en la construcción de su aprendizaje y el aprendizaje de sus pares. Al analizar los resultados, luego de la aplicación de la metodología de aprendizaje colaborativo, se observó que los alumnos mejoraron su promedio de rendimiento académico de 09 (pretest) a 14 (postest). En la presente investigación los resultados

comparativos del rendimiento académico entre el pre test y el pos test, muestran que los alumnos aumentaron el rendimiento académico de 8,10 (pre test) a 15,85, coincidiendo ambos estudios en la mejora del rendimiento académico.

Lillo (2012). En su trabajo de investigación titulado, Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado en la ciudad de Viña del mar concluye que los alumnos formados con metodología colaborativa mejoran su rendimiento académico además, reflejan un aprendizaje más significativo, coincidiendo con la mejora del rendimiento académico en Matemática superior de los alumnos de la escuela académica profesional de Administración de la universidad Cesar Vallejo – Chimbote, 2017-II.

## **9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **9.1. Conclusiones**

- a) Se determinó que la aplicación de actividades colaborativas mejoró el rendimiento académico de los estudiantes de Matemática Superior de la escuela académica profesional de Administración de la universidad Cesar Vallejo – 2017 –II
- b) Los resultados obtenidos en la estadística descriptiva muestran que cuando se aplicó el método tradicional (pre test) la nota promedio fué de 8,10 puntos, evidenciando un rendimiento promedio bajo.
- c) Los resultados obtenidos en la estadística descriptiva muestran que cuando se aplicó el método de actividades de trabajo colaborativo y al aplicar el posttest se obtuvo una nota promedio de 15,85.
- d) Al comparar pre y pos test se evidencio una mejora del rendimiento académico en Matemática superior, después de la aplicación del aprendizaje colaborativo a los estudiantes de la Universidad Cesar Vallejo, con un promedio de 15,85 de nota que al comparar con la nota del pre test se evidencia una ganancia cognoscitiva de 7,75 puntos.

## **9.2.Recomendaciones**

- a) Se recomienda a los docentes de Matemática de las instituciones de educación superior incorporen la aplicación de Actividades del Aprendizaje Colaborativo en el dictado de sus cursos para incrementar el rendimiento académico de sus estudiantes.
  
- b) Se recomienda a las autoridades de la Universidad Cesar Vallejo fomentar la aplicación de Actividades del Aprendizaje Colaborativo en el dictado de sus cursos para incrementar el rendimiento académico de sus estudiantes.
  
- c) Se recomienda a las autoridades de las Universidades fomentar la aplicación de Actividades del Aprendizaje Colaborativo en el dictado de sus cursos para incrementar el rendimiento académico de sus estudiantes.

## **10. AGRADECIMIENTOS**

A Dios, a mis queridos padres, que con su recuerdo promueven mi superación, a mi esposa e hija, mis colegas y amigos que a pesar de las circunstancias siempre creyeron en mí.

## 11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDER, E. (1997) *El Trabajo en Equipo*. Aprendizaje: Balance y Perspectivas”. Buenos Aires: Editorial Lumen.
- BARROS, M. (2008). *Orientación Grupal*. Bogotá: Editorial IndoAmerica.
- Collazos, C; Guerreo, L y Vergara, A. *Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor*. Recuperado el 12 de enero de 2017, de <http://www.dcc.uchile.cl/~luguerre/papers/CESC-01.pdf>
- Benito, A y Cruz, A. (2005). *Nuevas claves para la docencia universitaria*. Madrid: Narcea ediciones.
- Chadwick, C. (1979). *Teorías del aprendizaje*, Santiago: Ed. Tecla.
- Coloma, C. R., Manrique, L., Revilla, D. M. y Tafur, R. (2008). *Estudio descriptivo de los Estilos de Aprendizaje de Docentes Universitarios*. Revista Estilos de Aprendizaje. 1(1). pp. 124-142. Recuperado el 16 de octubre de 2012, de [http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero\\_1/lsr\\_1\\_abril\\_2008.pdf](http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_1/lsr_1_abril_2008.pdf)
- Díaz, F. y Hernández, G. (2001) *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo*. Colombia: Mc Graw Hill Interamericana, S.A.
- Glinz, P . *Un acercamiento al trabajo colaborativo*. Recuperado el 15 de enero del 2007 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/820Glinz.PDF>

- Gutierrez, V. *Aprendizaje colaborativo en la educación superior: carga cognitiva e interacción grupal*. Recuperado el 22 de enero del 2017, de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/4877>
- Jhonson, D. y otros. (1999) *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires. Editorial Paidós SAICF.
- Johnson, D; Johnson R, y Holubec, E (1999) *Los nuevos círculos del aprendizaje. La cooperación en el aula y la escuela*, Mexico: Ediciones AIQUE.
- Lillo, F. (2012). *Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado*. Recuperado el 2 de octubre de 2016 de <http://sitios.uvm.cl/revistapsicologia/revista/04.05.aprendizaje.pdf>
- López, F. (2005). *Metodología participativa en la enseñanza universitaria*. Madrid: Narcea Ediciones.
- Menacho, J. (2010). *Metodología de aprendizaje cooperativo como propuesta de innovación en la enseñanza de semiología general e interpretación de exámenes auxiliares*. (Tesis de maestría). Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Obando, P. (2007). *Aprendizaje colaborativo en el rendimiento académico y habilidades sociales en el Programa de Especialización en Enfermería*. Recuperado el 13 de enero de 2017 de [http://faenf.cayetano.edu.pe/images/pdf/Revistas/2009/enero/ART5\\_OBAND O.pdf](http://faenf.cayetano.edu.pe/images/pdf/Revistas/2009/enero/ART5_OBAND O.pdf).
- Palomino, M. (2008). *Estrategia De Trabajo Colaborativo para el Diseño y la Elaboración del Plan Estratégico Educativo de la Congregación Dominicanas de Santa María Magdalena de Speyer Región – Perú*. Recuperado el 13 de enero de 2017 de [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1098/PALOMINO\\_AGUILAR\\_MARCELINA\\_AMPARO ESTRATEGIA\\_TRABAJO.pdf](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1098/PALOMINO_AGUILAR_MARCELINA_AMPARO ESTRATEGIA_TRABAJO.pdf).

- Requena, S. (1998). *Género, Redes de Amistad y Rendimiento Académico*. Universidad de Santiago de Compostela. Departamento de Sociología 15706 Santiago de Compostela. España.
- Sanz de Acebedo, M. (2010). *Competencias Cognitivas en educación Superior*. Madrid: Editorial Narcea.
- Scagnoli, N. (2005). *Estrategias para motivar el aprendizaje colaborativo en cursos a distancia*. Recuperado el 13 de enero de 2017 de <https://www.ideals.illinois.edu/bitstream/handle/2142/10681/aprendizaje-colaborativo-scagnoli.pdf>.
- Serrano, J.M. (1996). *El aprendizaje cooperativo I*. Madrid: Editorial Síntesis S.A.
- Suarez, C. (2003). *La interacción cooperativa: condición social de aprendizaje*. Recuperado el 30 de marzo de 2019 de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educacion/article/view/10556/11027>.
- Suarez, C. (2010). *Cooperación como condición social de aprendizaje*. Barcelona: Editorial UOC.
- Trujillo, F. y Ariza, P. (2006). *Experiencias Educativas en Aprendizaje Cooperativo*. Recuperado el 13 de enero de 2017 de [http://fernandotrujillo.es/wp-content/uploads/2010/05/AC\\_libro.pdf](http://fernandotrujillo.es/wp-content/uploads/2010/05/AC_libro.pdf)Formato.
- Vygotsky, L. (2000). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica.
- Zañartu, L. (2003) *Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de diálogo interpersonal en red*. En Contexto Educativo, Revista digital de Educación y nuevas Tecnologías. Recuperado el 15 de enero del 2007 de <http://contextoeducativo.com.ar/2003/4/nota-02.htm>

## 12. APENDICES Y ANEXOS

### 12.1. ANEXOS N° 1: INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE DATOS

#### INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE DATOS

1. Dados los siguientes polinomios:

$$P(x)=2x^2-3x+1; \quad Q(x)=5x^2+x-3; \quad R(x)=4x-3 \quad S(x)=x^3+2x^2-x+3$$

Efectuar las siguientes operaciones:

a)  $P(x)+Q(x)-S(x)$                       b)  $P(x).Q(x)-R(x).S(x)$

2. Escribir una expresión algebraica con las siguientes características:

- a) Monomio con coeficiente 3 y grado 2.
- b) Binomio de grado 5.
- c) Trinomio de grado 2.
- d) Polinomio de grado 3 con término independiente 5.
- e) Dos monomios semejantes a  $5x^2y^4$ .
- f) Tres monomios con las letras x e y que no sean semejantes.
- g) Tres monomios de grado 5 con las letras x e y, que no sean semejantes.

3. Una granja tiene 500 hectáreas de terreno reservado para el cultivo de maíz y el trigo. El costo respectivo del cultivo del maíz y el trigo (Incluyendo semillas y mano de obra) es de \$84 y de \$60 por hectárea, respectivamente. El Administrador dispone de \$37 200 para estos cultivos. Si desea utilizar todo el terreno reservado y todo el presupuesto, ¿Cuántas hectáreas de cada cultivo debe plantar?

4. Los integrantes de una agrupación juvenil compraron un tostador de pan por \$240. El dinero que pagó cada integrante equivale al número de personas aumentado en 14. ¿Entre cuántos integrantes compraron el tostador?
5. Una fábrica paga a sus vendedores \$10 por artículo vendido más una cantidad fija de \$500. Otra fábrica de la competencia paga \$15 por artículo y \$300 fijos. ¿Cuántos artículos debe vender el vendedor de la competencia para ganar más dinero que el primero?
6. Una furgoneta pesa 875 kg. La diferencia entre el peso de la furgoneta vacía y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior que 415 kg. Si hay que cargar cuatro cajones iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de ellos para poder llevarlos en esa furgoneta?
7. Una empresa trata de adquirir y almacenar dos tipos de artículos A e B. Cada artículo A cuesta \$3 y cada artículo B cuesta \$2,5. Cada artículo A ocupa 2 pies cuadrados del espacio del piso y cada artículo B ocupa un espacio de 1 pie cuadrado del piso. ¿Cuántas unidades de cada tipo pueden adquirirse y almacenarse si se dispone de \$400 para la adquisición y 240 pies cuadrados de espacio para almacenar estos productos?
8. Una industria fabrica bolígrafos y plumas estilográficas. Las máquinas a usar limitan la producción de manera que cada día no se pueden producir más de 200 bolígrafos ni más de 150 plumas estilográficas y el total de la producción no puede superar las 25 unidades. La industria vende siempre toda la producción. Plantear el conjunto de restricciones de este enunciado y calcular razonadamente la cantidad de bolígrafos y plumas que se pueden fabricar diariamente.
9. El departamento de promoción y desarrollo de una compañía de artículos para el hogar desarrolla un programa de comercialización de refrigeradores, y se determinó que su demanda es de:  $p = -0.05x + 900$ ,  $0 \leq x \leq 20000$ , donde  $p$  denota el precio unitario del refrigerador en soles y  $x$  la cantidad de demanda.
  - a) ¿Cuál es la función de ingreso?

b) ¿Cuál es la función de ingreso marginal?

c) Calcula el ingreso marginal cuando  $x = 7\,500$ .

10. La cantidad vendida y el correspondiente precio en un mercado monopolístico se determina por medio de la función de demanda  $y = 16 - x^2$ , y por la función de costo marginal  $y' = 6 + x$ , de manera que se maximice la ganancia. Determinar el correspondiente excedente del consumidor.

RESULTADOS DEL PRE TEST Y DEL POS TEST

Pre test										Puntaje
Algebra para la gestion empresarial				Aplicación de funciones en la gestion				Introduccion al caculo diferencial		
Capacidad1		Capacidad2		Capacidad3		Capacidad4		Cap5	Cap6	
Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item7	Item8	Item9	Item10	
2	0	1	1	1	0	2	1	0	0	8
2	2	1	1	1	0	0	1	1	0	9
2	0	0	1	0	1	1	2	1	0	8
2	1	0	2	1	0	0	1	0	0	7
2	0	2	1	0	1	0	0	0	0	6
2	0	0	1	2	0	0	0	0	0	5
2	2	1	1	1	0	0	0	1	0	8
2	2	1	0	2	1	1	2	1	0	12
2	1	2	1	0	1	2	1	0	1	11
2	2	1	1	0	2	2	0	0	0	10
2	1	1	2	0	0	0	0	1	0	7
1	1	0	2	2	0	0	0	0	0	6
1	1	0	2	2	0	0	2	0	0	8
1	0	2	1	1	1	0	1	0	0	7
2	0	0	2	0	0	0	2	0	0	6
1	2	1	2	1	0	0	1	0	0	8
1	2	1	2	0	0	0	1	0	0	7
2	2	2	2	2	0	2	2	0	1	15
2	0	2	0	0	0	0	2	1	0	7
1	1	0	1	2	0	0	1	0	1	7

Post test					
N°	Algebra para la gestion empresarial				C
	Capacidad1		Capacidad2		
	Item1	Item2	Item3	Item4	
1	2	2	1	2	
2	2	2	2	1	
3	2	2	2	1	
4	2	2	1	2	
5	2	2	2	1	
6	2	2	1	1	
7	2	2	1	1	
8	2	2	2	2	
9	2	2	2	1	
10	2	2	1	1	
11	2	2	1	2	
12	2	2	1	2	
13	2	2	1	2	
14	2	1	2	2	
15	2	1	2	2	
16	2	2	1	2	
17	2	2	1	2	
18	2	2	2	2	
19	2	1	2	1	
20	2	2	1	1	

## SESION N° 1

### I) DATOS GENERALES

- **UNIDAD ACADÉMICA O PROGRAMA:**
- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 1
- **FECHA:** 28 de Agosto del 2017
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Dionicio Pérez Gonzales

### II) COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones económicas, mediante el uso de las propiedades de las expresiones algebraicas, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

### III) PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMÁTICA	PRODUCTO ACADÉMICO
Realiza operaciones con expresiones algebraicas, en un trabajo individual y grupal.	- Expresiones algebraicas, Operaciones. Problemas de aplicación.	Informe de Práctica

### IV) ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

### V) SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca del algebra escolar. El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO

<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de las expresiones algebraicas y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI) DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Realiza operaciones con expresiones algebraicas, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve ejercicios aplicando las expresiones algebraicas y sus operaciones, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajo en equipo</li> <li>• Responsabilidad</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII) BIBLIOGRAFÍA

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
	Espinoza. R. (2012) <i>Análisis Matemático I</i> . 6° ed. Perú: Edukperú.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). <i>Mathematical</i>

Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>
---

## SESION N° 2

### I) DATOS GENERALES

- **UNIDAD ACADÉMICA O PROGRAMA:**
- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 2
- **FECHA:** 18 de Setiembre del 2017
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Dionicio Pérez Gonzales

### II) COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones económicas, mediante el uso de Sistema de Ecuaciones Lineales con dos y tres incógnitas, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

### III) PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando Sistemas de Ecuaciones con dos y tres incógnitas, en un trabajo individual y grupal.	- Sistema de Ecuaciones Lineales con dos y tres incógnitas. Problemas de aplicación.	Informe de Práctica

### IV) ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

### V) SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de los sistemas de ecuaciones.</li> <li>- El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.</li> </ul>	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y	TIEMPO

	MATERIALES	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de los sistemas de ecuaciones y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
ACTIVIDADES FINALES	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI) DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando Sistemas de Ecuaciones con dos y tres incógnitas, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve ejercicios aplicando las Sistema de Ecuaciones Lineales con dos y tres incógnitas en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
	Espinoza. R. (2012) <i>Análisis Matemático I</i> . 6° ed. Perú: Edukperú.
519.658/H14	Hacussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de</i>

	<i>la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>

### SESION N° 3

#### I) DATOS GENERALES

- **UNIDAD ACADÉMICA O PROGRAMA:**
- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 3
- **FECHA:** 25 de Setiembre del 2017
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Dionicio Pérez Gonzales

#### II) COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones económicas, mediante el uso de las inecuaciones de primer y segundo grado, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

#### III) PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMÁTICA	PRODUCTO ACADÉMICO
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando inecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, en un trabajo individual y grupal.	Inecuaciones lineales y cuadráticas. Métodos de solución. Problemas de aplicación.	Informe de Práctica

#### IV) ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

#### V) SECUENCIA METODOLÓGICA

<b>ACTIVIDADES DE INICIO</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de las ecuaciones y desigualdades.</li> <li>- El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.</li> </ul>	Plumones y Pizarra	50'
<b>ACTIVIDADES DE PROCESO</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de las inecuaciones de primer y segundo grado y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

#### VI) DISEÑO DE EVALUACIÓN

<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES DE LOGRO</b>	<b>INSTRUMENTO</b>
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando inecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve ejercicios aplicando las inecuaciones de primer y segundo grado, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
<b>ACTITUDES</b>	<b>COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES</b>	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

#### VII) REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

<b>Código de biblioteca</b>	<b>LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.</b>
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>

#### SESION N° 4

##### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 4
- **FECHA:** 02 de Octubre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Pérez Gonzales

##### II. COMPETENCIA

Resuelve diferentes situaciones económicas, mediante el uso de Sistema de Inecuaciones Lineales con dos y tres incógnitas y programación lineal, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

##### III. PROGRAMACIÓN

<b>CAPACIDADES</b>	<b>TEMATICA</b>	<b>PRODUCTO ACADÉMICO</b>
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando la programación lineal, en un trabajo individual y grupal.	Introducción a la programación lineal y problemas de aplicación.	Informe de Práctica

##### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

##### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

<b>ACTIVIDADES DE INICIO</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de los sistemas de ecuaciones. El docente reflexiona hacia la importancia de la programación lineal para desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
<b>ACTIVIDADES DE PROCESO</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de los sistemas de ecuaciones, programación lineal y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES DE LOGRO</b>	<b>INSTRUMENTO</b>
Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando la programación lineal, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve ejercicios aplicando métodos de programación lineal en casos aplicados a la Administración, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
<b>ACTITUDES</b>	<b>COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES</b>	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
	Espinoza. R. (2012) <i>Análisis Matemático I</i> . 6° ed. Perú: Edukperú.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>

### SESION N°5

#### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 5
- **FECHA:** 09 de Octubre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Pérez Gonzales

#### II. COMPETENCIA

Representa diferentes situaciones problemáticas, mediante el uso de Matrices, operaciones con matrices y Determinantes, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

#### III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Resuelve problemas de las finanzas, usando Matrices y Determinantes, en un trabajo individual y grupal.	- Matrices, operaciones con matrices, Determinantes. Aplicaciones.	Informe de Práctica

#### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

#### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de los sistemas de ecuaciones. - El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de las matrices y determinantes y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
ACTIVIDADES FINALES	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

#### VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Resuelve problemas de las finanzas, usando Matrices y	Resuelve ejercicios aplicando las de Matrices, operaciones con matrices	Practica dirigida

Determinantes, en un trabajo individual y grupal.	y Determinantes, en un trabajo individual y grupal.	
<b>ACTITUDES</b>	<b>COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES</b>	
Trabajo en equipo Responsabilidad	- Muestra disposición para trabajar en equipo. - Presenta sus tareas a tiempo.	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

<b>Código de biblioteca</b>	<b>LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.</b>
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>

## SESION N° 6

### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 6
- **FECHA:** 23 de Octubre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Pérez Gonzales

## II. COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones problemáticas, mediante el uso de las funciones lineal y cuadrática, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

## III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Utiliza funciones y gráficas para resolver problemas relacionados a las finanzas, en un trabajo individual y grupal.	Función lineal y cuadrática. Problemas de aplicación.	Informe de Práctica

## IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

## V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
<ul style="list-style-type: none"><li>- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de las funciones reales.</li><li>- El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.</li></ul>	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
<ul style="list-style-type: none"><li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de las funciones lineales y cuadráticas, mostrando su importancia en la vida diaria</li><li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li><li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li></ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
ACTIVIDADES FINALES	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Utiliza funciones y gráficas para resolver problemas relacionados a las finanzas, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve problemas relacionados a las finanzas modelados con funciones y sus graficas en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
	Espinoza. R. (2012) <i>Análisis Matemático I</i> . 6° ed. Perú: Edukperú.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>

## SESION N° 7

### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 7
- **FECHA:** 06 de Noviembre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Pérez Gonzales

### II. COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones problemáticas, mediante el uso de la razón de cambio promedio e instantánea de una función real en un punto, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

### III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMÁTICA	PRODUCTO ACADÉMICO
Aplica la razón de cambio de una función en un punto dado y evalúa críticamente sus ventajas, en un trabajo individual y grupal.	Concepto de derivada: razón de cambio. La derivada en un punto. La función derivada. Interpretación y aplicaciones.	Informe de Práctica

### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de los límites de funciones reales. El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO

<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de la razón de cambio y la derivada y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Aplica la razón de cambio de una función en un punto dado y evalúa críticamente sus ventajas, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve ejercicios sobre derivadas de funciones reales, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.

	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>
--	--

### SESION N° 8

#### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 8
- **FECHA:** 20 de Noviembre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Pérez Gonzales

#### II. COMPETENCIA

Representa y resuelve, mediante el uso de la primera y segunda derivadas, problemas de máximos y mínimos, optimización, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

#### III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Analiza el comportamiento de una función a partir del comportamiento de su derivada, en un trabajo individual y grupal.	Aplicaciones de la derivada. Análisis Marginal, Máximos y mínimos. Optimización. Introducción al modelado.	Informe de Práctica

#### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

#### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de la derivada de una función. El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
• El docente en forma conjunta con los alumnos	Plumones y	100'

<p>desarrolla el tema de la optimización mediante aplicación de derivadas y su importancia en la vida diaria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	<p>Pizarra Lista de ejercicios.</p>	
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Analiza el comportamiento de una función a partir del comportamiento de su derivada, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve problemas de optimización aplicando derivadas, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
	Espinoza. R. (2012) <i>Análisis Matemático I</i> . 6° ed. Perú: Edukperú.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.

	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-Teacher/2016/Vol110/Issue5/Mathematical-Modeling-in-the-High-School-Curriculum/</a>
--	--

### SESION N° 9

#### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 9
- **FECHA:** 27 de Noviembre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Dionicio Pérez Gonzales

#### II. COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones problemáticas, mediante el uso de las reglas de integración indefinida y análisis marginal, mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

#### III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Resuelve problemas de las finanzas, haciendo uso de la integral indefinida, en un trabajo individual y grupal.	Antiderivadas. Integral Indefinida. Reglas y métodos de Integración. Aplicaciones.	Informe de Práctica

#### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

#### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de la derivada de una función. El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
• El docente en forma conjunta con los alumnos	Plumones y	100'

<p>desarrolla el tema de la integral indefinida y su importancia en la vida diaria</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	<p>Pizarra</p> <p>Lista de ejercicios</p>	
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Resuelve problemas de las finanzas, haciendo uso de la integral indefinida, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve problemas relacionados a las finanzas, usando la integral indefinida, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo  Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México: Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). Mathematical Modeling in the high school curriculum. Recuperado de: <a href="http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-">http://www.nctm.org/Publications/Mathematics-</a>

## SESION N° 10

### I. DATOS GENERALES

- **EXPERIENCIA CURRICULAR:** MATEMATICA SUPERIOR
- **SEMESTRE ACADÉMICO:** 2017-II
- **CICLO/SECCIÓN:** II /1
- **SESIÓN:** 10
- **FECHA:** 04 de Diciembre del 2017
- **DURACIÓN:** 5 Horas
- **DOCENTE:** Lic. Miguel Dionicio Pérez Gonzales

### II. COMPETENCIA

Representa y resuelve diferentes situaciones problemáticas, mediante el uso de la integral definida mostrando la importancia de la matemática en la interpretación de la realidad y participando en un trabajo en equipo.

### III. PROGRAMACIÓN

CAPACIDADES	TEMATICA	PRODUCTO ACADEMICO
Utiliza el cálculo integral en el desarrollo y resolución de problemas, en un trabajo individual y grupal.	Integral Definida. Aplicaciones a la Integral definida.	Informe de Práctica

### IV. ACTITUDES

- Trabajo en equipo.
- Responsabilidad.
- Respeto por el medio ambiente.

### V. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE INICIO	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Se recupera los saberes previos mediante interrogantes acerca de la integral indefinida de una función. El docente dirige la reflexión hacia la importancia de desarrollar las capacidades en la presente sesión.	Plumones y Pizarra	50'
ACTIVIDADES DE PROCESO	MEDIOS Y	TIEMPO

	<b>MATERIALES</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente en forma conjunta con los alumnos desarrolla el tema de la integral definida y su importancia en la vida diaria</li> <li>• Los alumnos desarrollan una lista de ejercicios dada por el docente en forma individual y luego consolidan sus respuestas en forma grupal.</li> <li>• El docente dirige y asesora a los estudiantes en los ejercicios propuestos</li> </ul>	Plumones y Pizarra Lista de ejercicios.	100'
<b>ACTIVIDADES FINALES</b>	<b>MEDIOS Y MATERIALES</b>	<b>TIEMPO</b>
Los alumnos en forma grupal exponen sus ejercicios dados en clase.	Exposición	100'

## VI. DISEÑO DE EVALUACIÓN

CAPACIDADES	INDICADORES DE LOGRO	INSTRUMENTO
Utiliza el cálculo integral en el desarrollo y resolución de problemas, en un trabajo individual y grupal.	Resuelve problemas relacionados a las finanzas usando la integral definida, en un trabajo individual y grupal.	Practica dirigida
ACTITUDES	COMPORTAMIENTOS OBSERVABLES	
Trabajo en equipo Responsabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Muestra disposición para trabajar en equipo.</li> <li>- Presenta sus tareas a tiempo.</li> </ul>	

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Código de biblioteca	LIBROS, REVISTAS, ARTÍCULOS, TESIS, PÁGINAS WEB.
519/A78M/E3	Arya, J. (1994). <i>Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía</i> . 3° ed. México. Prentice Hall.
519/B87/E1 519/B87/E2	Budnick, F. (2007). <i>Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales</i> . 4° ed. México: Mc Graw Hill.
519.658/H14	Haeussler, J. (1996). <i>Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida</i> . 8° ed. Mexico: Editorial Prentice Hall.
519.02/H66A	Hoffmann L. y Bradley G. (1995). <i>Cálculo Aplicado a Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales</i> . 5°ed. México: Editorial Mc Graw Hill.
	Leithold, L. (1998) <i>El Cálculo</i> . 7°ed. México: Grupo mexicano MAPASA.
	National Council of Teachers of Mathematics. (2016). <i>Mathematical Modeling in the high school curriculum</i> . Recuperado de:

## 6.2 GUIAS DE PRÁCTICA

### PRACTICA N° 01: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

#### 1. CAPACIDADES

- 1.1 Determina la representación y clasificación de una expresión algebraica.
- 1.2 Desarrolla operaciones que relacionen expresiones algebraicas.

#### 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

##### 1.- DEFINICIONES

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y letras ligadas por las operaciones aritméticas.

Ejemplo:  $2x^3y$ ,  $\frac{xy}{z}$ ,  $x^3 - 5y$ ,  $3x^{-4}z, \dots$

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras de dicha expresión por números determinados y efectuar las operaciones correspondientes.

Ej: calcular el v. n. de  $2a^3b - 5$  para  $a=2$  y  $b=-3$  es  $2 \cdot 2^3 \cdot (-3) - 5 = -53$

Un **monomio** es una expresión algebraica en la que las únicas operaciones con letras que intervienen son la multiplicación y la potenciación de exponente natural.

Todo monomio está formado por:

- parte numérica llamada **coeficiente**, y
- una **parte literal** constituida por letras y sus exponentes (también llamadas variables)
- El **grado de un monomio** es la suma de todos los exponentes de las letras.  
Dos monomios son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal, es decir las mismas letras con los mismos exponentes (puede variar el orden de las letras).

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por la suma o diferencia de dos o más monomios. Un polinomio puede tener una o más letras. Cada uno de los monomios que intervienen se llama **términos** del polinomio.

Atendiendo al número de términos, los polinomios se pueden clasificar en:

- binomio, trinomio, etc.

El **grado de un polinomio** es el grado del monomio de mayor grado dentro del polinomio.

Atendiendo al grado los polinomios se pueden clasificar en:

- polinomios de primer grado, de segundo grado, etc.

## 2.- OPERACIONES

### 2.1.- SUMA Y RESTA

Para sumar dos polinomios se suman los monomios semejantes.

### 2.2.- PRODUCTO

- Para multiplicar dos monomios se multiplican los coeficientes entre sí y las partes literales entre sí (recordar cómo se multiplican potencias que tienen la misma base)
- Para multiplicar un monomio por un polinomio se aplica la propiedad distributiva: se multiplica dicho monomio por cada término del polinomio.

## EJERCICIOS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1. Completa el siguiente cuadro:

POLINOMIO	GRADO	TERM. INDEP.	ORDENAR
$2x-x^4+2+3x^3$			
$8-x^4$			
$x+4x^4$			

2. Indicar grado, término independiente, completar y ordenar los siguientes polinomios:  
 a)  $2x^2-5+6x^3-4x^5$     b)  $3y-2+7y^2$     c)  $-4x^3+7x^4-1+x$     d)  $2-y^3$

3. De los siguientes monomios, indicar cual es el coeficiente, el grado con respecto a cada una de las letras y el grado del monomio:

- a)  $2x^3y^4$     b)  $-5xy^7$     c)  $x^4y^3z^2$     d)  $-x^5$

4. Calcular el valor numérico de los siguientes polinomios para  $x=2$      $y=-1$      $z=\frac{2}{3}$

- a)  $3x^2-5x+3$     b)  $2x-y+xy$     c)  $3xy^3-2x^2y^2-1$     d)  $z^2-$

$5z+3$

5. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican:

a)  $2x^3y-5x$     para  $x=-1$      $y=5$

b)  $5ab-6+2b^5$     para  $a=3$      $b=-2$

c)  $\frac{2ab-5c}{a}$     para :  $a=2$ ,  $b=-3$      $c=5$

6. Efectúa las siguientes sumas y restas:

a)  $(2a + 3b - 5ab) + (5a - 4b + 2ab) - (7a + b - ab) =$

b)  $(x^3 - 5x^2 + 3) - (2x^2 + 3x - 7) - (8x + 2) =$

c)  $(2x^2y - 3xy^2 + 5xy) - (6xy + 2x^2y - 3xy^2) + (5xy^2 - 3xy - 4x^2y) =$

d)  $(2ab - 5a + 3b) - (-2a - 5b + 3ab) - (b - a + ab) =$

7. Dados los siguientes polinomios:

$P(x) = 2x^2 - 3x + 1$

$Q(x) = 5x^2 + x - 3$

$R(x) = 4x - 3$

$S(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3$

Efectuar las siguientes operaciones:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x) - S(x)$

c)  $Q(x) - R(x) + S(x)$

8. Efectuar las siguientes multiplicaciones de monomios:

a)  $(2x^3y) \cdot (-3xy^4) \cdot (-4x^3y^5)$

b)  $(-5ab^3) \cdot (-3a^3b) \cdot (-2a)$

c)  $2x \cdot (-4x^3) \cdot 3x$

d)  $(5x^2y^3z^4) \cdot (-xyz) \cdot (2xy^3z^6)$

9. Realizar las siguientes divisiones de monomios:

a)  $\frac{10x^3}{2x}$

b)  $\frac{12x^3y^4}{6x^2y^3}$

c)  $\frac{10x^4y^5z^6}{5xy^4z^5}$

d)  $\frac{13x^2y^4}{2xy}$

**10. Escribir una expresión algebraicas con las siguientes características:**

h) Monomio con coeficiente 3 y grado 2.

i) Binomio de grado 5.

j) Trinomio de grado 2.

k) Polinomio de grado 3 con término independiente 5.

l) Dos monomios semejantes a  $5x^2y^4$ .

m) Tres monomios con las letras x e y que no sean semejantes.

n) Tres monomios de grado 5 con las letras x e y, que no sean semejantes.

### 1.1.1 PRACTICA N° 02: SISTEMAS DE ECUACIONES

#### 1. CAPACIDADES

1.1. Representa Sistema de ecuaciones de primer y segundo grado.

1.2. Resuelve problemas de aplicación en las tareas administrativas utilizando Sistemas de Ecuaciones con dos y tres incógnitas.

#### 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

##### SISTEMAS DE ECUACIONES

Sistema de ecuaciones de primer grado es un conjunto de dos o más ecuaciones en el que el mayor grado de los términos que los componen es uno. Son los llamados Sistemas lineales.

Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = 8 \end{array} \right\}$$

Como tiene dos incógnitas necesitamos dos ecuaciones

### 13. Métodos para resolver sistemas

Hay tres métodos: Reducción, sustitución e igualación

I) Reducción: Consiste en eliminar una de las incógnitas. Pasos:

1. Elegimos la incógnita que queremos eliminar y para que tenga en las dos ecuaciones el mismo coeficiente (número) multiplicamos la ecuación de arriba por el coeficiente que tenga la incógnita en la ecuación de abajo y toda la ecuación de abajo por el coeficiente que tenga la incógnita en la ecuación de arriba.
2. Sumamos o restamos las dos ecuaciones para eliminar la incógnita elegida.
3. Resolvemos la ecuación resultante del paso anterior.
4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor obtenido en una de las ecuaciones del sistema.

Ejemplo:

$\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 2y = 8 \end{array}$	<p>Vamos a eliminar las <math>x</math> y multiplicamos la ecuación de arriba por 5 y la ecuación de abajo por 2</p>
$\begin{array}{l} 10x + 15y = 35 \\ 10x - 4y = 16 \end{array}$	<p>Como las <math>x</math> tienen el mismo coeficiente y el mismo signo para eliminarlas basta con restar a la ecuación de arriba la de abajo o al contrario.</p>
$\begin{array}{l} 10x + 15y = 35 \\ -10x + 4y = -16 \\ \hline 19y = 19 \end{array}$	<p>Despejamos la incógnita</p>
$y = \frac{19}{19} = 1$	<p>Cogemos una de las ecuaciones del principio y sustituimos en ella el valor obtenido y así conseguiremos el valor de la otra incógnita.</p>
$\begin{array}{l} 2x + 3 \cdot 1 = 7 \\ 2x + 3 = 7 \\ 2x = 7 - 3 \\ 2x = 4 \end{array}$	<p>Rpta. <math>x = 2, y = 1</math></p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>

$x = \frac{4}{2} = 2$	
-----------------------	--

**Nota importante:** si la primera incógnita te da fracción puedes resolver la segunda incógnita otra vez por reducción siguiendo todo el proceso, pero eliminando la incógnita contraria a la vez anterior.

II) Sustitución:

- Pases:
1. Se despeja una incógnita en una ecuación y se sustituye en la otra y se resuelve la ecuación.
  3. Se sustituye el valor obtenido en la expresión obtenida en el primer paso.

Ejemplo: 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 5y = 38 \end{cases}$$

$$y = \frac{102}{17} = 6$$

Tercero. Sustituimos la  $y$  de la expresión del primer paso por 6 y averiguamos el valor de la  $x$ .

$$x =$$

$$\frac{12 + 2 \cdot 6}{3} = \frac{12 + 12}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

R;  $x = 8, y = 6$

Primero: Despejamos la  $x$  en la primera ecuación

$$x = \frac{12 + 2y}{3}$$

Segundo : Sustituimos este valor en la segunda ecuación

$$\frac{12 + 2y}{3} + 5y = 38$$

Resolvemos la ecuación

$$12 + 2y + 15y = 114$$

$$17y = 114 - 12$$

$$17y = 102$$

III) Igualación:

1. Se despeja la misma incógnita en las ecuaciones.
2. Como los primeros miembros son iguales se igualan los segundos miembros y se resuelve la ecuación que resulta.
3. Se sustituye el valor obtenido en una de las expresiones del paso primero.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 3x + 5y = -9 \end{cases}$$

1. Despejamos la x o la y

$$y = \frac{2-4x}{2} \quad ; \quad y = \frac{-9-3x}{5}$$

2. Igualamos los segundos miembros y resolvemos la ecuación:

$$\frac{2-4x}{2} = \frac{-9-3x}{5}$$

$$5(2-4x) = 2(-9-3x)$$

$$10 - 20x = -18 - 6x$$

$$-20x + 6x = -18 - 10$$

$$-14x = -28$$

$$x = \frac{28}{14} = 2$$

3. Cogemos una de las expresiones del primer paso.

$$y = \frac{2-4x}{2} = \frac{2-4 \cdot 2}{2} = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

R; x = 2, y = -3

**Actividades de aplicación.**

1. Resolver, y graficar, los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x - y = 6 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x - 4y = 8 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

2. Resolver los siguientes sistemas, por los tres métodos:

a)  $\begin{cases} x + y = 1 \\ 25 + 2y = 3x \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{3x}{2} = 3 + y \\ 9x - 108 = -4y \end{cases}$

d)  $\begin{cases} \frac{3x}{2} = -3 + 2y \\ x + y = 2 \end{cases}$

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} 2x + 25 = 3y \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{y}{2} \end{array} \right\} e) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} + 6y = 6,5 \\ 6x - \frac{y}{2} = 5,5 \end{array} \right\} f) \\
 \left. \begin{array}{l} x - 2(x + y) = 3y - 2 \\ 3 + \frac{2}{2} = 3 \end{array} \right\} g) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x - y}{2} - \frac{x + y}{2} = 2 \\ -3x + 10y = 16 \end{array} \right\} h)
 \end{array}$$

3. Dos chicos han cobrado un fin de semana \$144 por 12 horas de uno y 8 del otro. En otro fin de semana han recibido \$168 por 10 y 12 horas, respectivamente. Halla lo que cobra cada uno por hora.
4. (Mezclas) En una cafetería utilizan dos marcas de café, una de \$6/lra y otra de \$8,50/kg. El cliente que poner de cada clase? kg de una mezcla de café, dos cuyo precio sea \$7/kg. ¿Cuánto
5. En el bar de un instituto, Jorge pagó ayer S/12 por 3 bocadillos y 4 refrescos; hoy por 2 bocadillos y 3 refrescos del mismo tipo le han cobrado S/8,5. ¿Cuánto cuestan los bocadillos? ¿Y los refrescos?
6. (Decisiones de Adquisición) Una empresa trata de adquirir y almacenar dos tipos de artículos de pies cuadrados de espacio de \$50. Cada artículo le cuesta un peso de cada tipo de productos, \$400 para la adquisición y 240 pies cuadrados de espacio para almacenar estos
7. (Plantilla de personal) Una empresa emplea 53 personas en dos sucursales. De esta gente, 21 son universitarios graduados. Si una tercera parte de las personas que laboran en la primera sucursal y tres séptimos de los que se encuentran en la segunda sucursal son universitarios graduados. ¿Cuántos empleados tiene cada sucursal?
8. En el supermercado se mezclan dos tipos de nuez, una que cuesta S/100 el kilo y la otra de S/150 el kilo. Si la mezcla pesa 10 kg y se vende a S/135 el kilo. ¿Cuántos kilogramos hay de cada tipo de nuez en la mezcla?
9. (Decisiones de Venta) El propietario de una tienda de televisores desea expandir su tienda para televisores de pantalla plana y los televisores de pantalla plana. ¿Cuántos televisores debería comprar y poner a la venta haciendo uso completo del capital disponible y del espacio?
10. Por una calculadora y un cuaderno habíamos pagado, hace tres días, \$10,80. El precio de la calculadora ha aumentado un 8%, y el cuaderno tiene una rebaja del 10%. Con estas variaciones, los dos artículos nos cuestan \$11,34. ¿Cuánto costaba cada uno de los artículos hace tres días?
11. En un teatro se vendieron 500 boletos por un total de S/32,500. Si se vendieron boletos a S/50 y S/75. ¿Cuántos se vendieron de cada tipo?.

13.1.

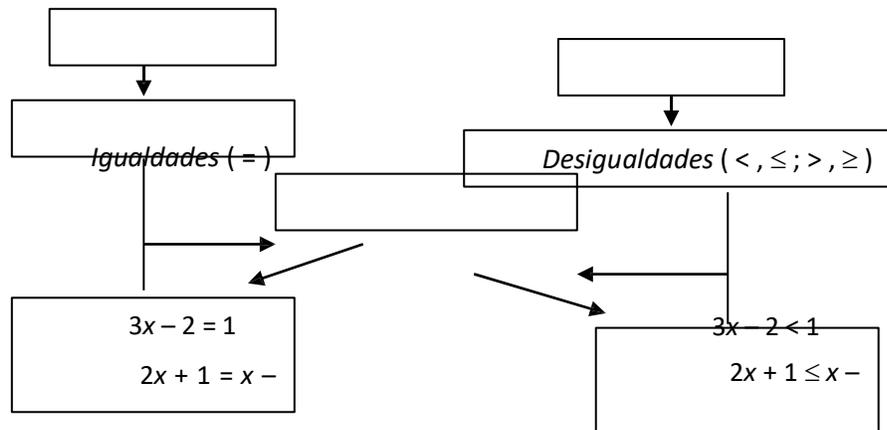
# 1.1.2 PRACTICA N° 03: INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES

## 1. CAPACIDADES

1.1 Resuelve problemas de gestión usando inecuaciones lineales.

## 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

### 14. INECUACIONES LINEALES



Resolver una inecuación significa hallar los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la desigualdad.

Ejemplos: Resolver

$$3x - 2 < 1$$

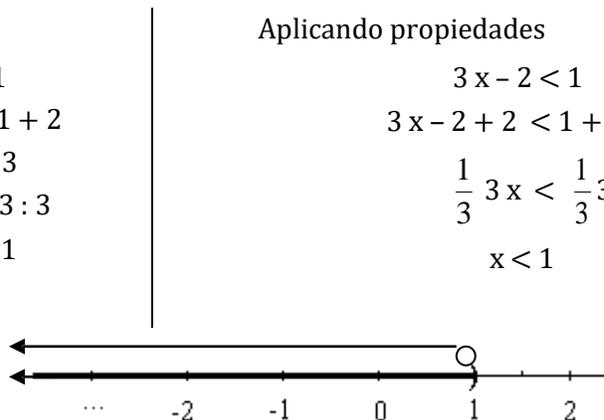
Despejando

$$\begin{aligned} 3x - 2 &< 1 \\ 3x &< 1 + 2 \\ 3x &< 3 \\ x &< 3 : 3 \\ x &< 1 \end{aligned}$$

C.S.  $x \in \langle -\infty, 1 \rangle$

Aplicando propiedades

$$\begin{aligned} 3x - 2 &< 1 \\ 3x - 2 + 2 &< 1 + 2 \\ \frac{1}{3} 3x &< \frac{1}{3} 3 \\ x &< 1 \end{aligned}$$



Representación gráfica:

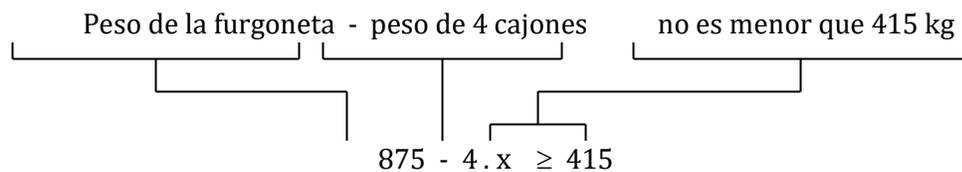
Las inecuaciones permiten resolver problemas. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo: Una furgoneta pesa 875 kg. La diferencia entre el peso de la furgoneta vacía y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior que 415 kg. Si hay que cargar cuatro cajones iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de ellos para poder llevarlos en esa furgoneta?



Resolución:

En primer lugar, traducimos el enunciado al lenguaje simbólico, llamamos  $x$  al peso de cada cajón y planteamos la siguiente inecuación:



Una forma de resolver la inecuación es seguir los siguientes pasos:

- ♦ Restamos 875 a ambos miembros de la desigualdad  $\longrightarrow -4x \geq 415 - 875$
- ♦ Hacemos el cálculo en el segundo miembro  $\longrightarrow -4 \cdot x \geq -460$
- ♦ Para despejar  $x$ , multiplicamos a ambos miembros por  $-\frac{1}{4}$

(Cuidado: COMO MULTIPLICAMOS POR UN NÚMERO NEGATIVO, DEBEMOS CAMBIAR EL

SENTIDO DE LA DESIGUALDAD)  $x \leq | -\frac{1}{4} | \cdot (-460) \longrightarrow$

- ♦ Hacemos el cálculo  $\left( \begin{matrix} \phantom{x} \\ 4 \end{matrix} \right) \longrightarrow x \leq 115$

Esto significa que el peso de cada cajón no podrá superar los 115 kg. Además, como se trata de un peso,  $x > 0$ . Graficamos la solución en la recta real:



14.1. Ejercicios de Aplicación

**Ejercicio 1:** Resolver las siguientes inecuaciones y representar el conjunto solución en la recta real:

a)  $2x \leq 4$

e)  $2(x - 1) > 3x$

g)  $3x - 12 \leq 5x - 6$

b)  $5 + 3x \leq 4 - x$

f)  $\left( \begin{matrix} \phantom{x} \\ 2 \end{matrix} \right)$

4

c)  $4 - 2t > t - 5$

h)  $3 \cdot (4 - x) > 18x + 5$

d)  $x + 8 \leq 3x + 1$

f)  $\frac{a+2}{4} \leq \frac{a-1}{3}$

$$\text{i) } \frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 5 - \frac{x}{6}$$

## ACTIVIDADES CON INECUACIONES GRAFICAS

I. Resuelve gráficamente las siguientes inecuaciones:

a)  $x - 2y < 5$                       b)  $\frac{2y-3}{2} \leq \frac{x-1}{3}$                       c)  $3x + 2y + 5 \leq 0$

d)  $3x - 2y < 2$                       e)  $2x - 3y \leq 0$                       f)  $-x + 2 \geq -y$

II. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

a)  $\begin{cases} x + y \leq 3 \\ 3x - 3y \leq 9 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} x + y \leq 3y - 8 \\ y \geq 2x + 4 \end{cases}$                       c)  $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x - 1 \leq y \end{cases}$

## 1.1.3 PRACTICA N° 04: INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL

### 1. CAPACIDADES

1.1 Resuelve problemas de gestión usando programación lineal.

### 3. FUNDAMENTO TEÓRICO

SE LLAMA PROGRAMACIÓN LINEAL AL CONJUNTO DE TÉCNICAS MATEMÁTICAS QUE PRETENDEN RESOLVER LA SITUACIÓN SIGUIENTE:  
OPTIMIZAR (MAXIMIZAR O MINIMIZAR) UNA FUNCIÓN OBJETIVO, FUNCIÓN LINEAL DE INECUACIONES LINEALES, SUJETA A UNA SERIE DE RESTRICCIONES, EXPRESADAS POR UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL EN DOS VARIABLES, TIENE LA SIGUIENTE FORMULACIÓN ESTÁNDAR:

$$\text{Max } Z = f(x, y) = ax + by + c$$

$$\text{Sujeto a: } a_1x + b_1y \leq c_1$$

$$a_2x + b_2y \leq c_2$$

⋮

$$a_nx + b_ny \leq c_n$$

En un problema de programación lineal intervienen:

- La función  $f(x,y) = ax + by + c$  llamada función objetivo y que es necesario que sea una expresión lineal en  $x$  e  $y$  son las variables de decisión, mientras que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes.
- Las restricciones que deben ser inecuaciones lineales. Su número depende del problema en cuestión. El carácter de desigualdad viene impuesto por las limitaciones, disponibilidades o necesidades, que son: inferiores a ... (menores:  $<$  o  $\leq$ ); como mínimo de ... (mayores:  $>$  o  $\geq$ ). Tanto si se trata de maximizar como de minimizar, las desigualdades pueden darse en cualquiera de los dos sentidos.
- Al conjunto de valores de  $x$  e  $y$  que verifican todas y cada una de las restricciones se lo denomina conjunto (o región) factible. Todo punto de ese conjunto puede ser solución del problema; todo punto no perteneciente a ese conjunto no puede ser solución. En el apartado siguiente veremos como se determina la región factible.
- La solución óptima del problema será un par de valores  $(x_0, y_0)$  del conjunto factible que haga que  $f(x,y)$  tome el valor máximo o mínimo.

En ocasiones utilizaremos las siglas PPL para indicar problema de programación lineal.

<p>1) Max <math>Z = 2x_1 + 2x_2</math></p> <p>Sujeto a: <math>x_1 + 2x_2 \leq 8</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1 + x_2 \leq 5</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>2x_1 + x_2 \leq 9</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>	<p>2) Max <math>Z = 2x_1 - x_2</math></p> <p>Sujeto a: <math>2x_1 + 3x_2 \leq 12</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>2x_1 \leq 3x_2</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>
<p>3) Max <math>Z = 700x_1 + 900x_2</math></p> <p>Sujeto a: <math>2x_1 + x_2 \leq 22</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1 + 2x_2 \leq 26</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1 \leq 12</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_2 \leq 12</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>	<p>4) Max <math>Z = 2x_1 - x_2</math></p> <p>Sujeto a: <math>x_1 - x_2 \leq 1</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>2x_1 + x_2 \leq 6</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>
<p>Min <math>Z = f(x, y) = 2x + 8y</math></p> <p>Sujeto a:</p> <p style="padding-left: 40px;"><math>2x + 4y \geq 8</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>2x - 5y \leq 0</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>-x + 5y \leq 5</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>	<p>Min <math>Z = 0.6x_1 + x_2</math></p> <p>Sujeto a:</p> <p style="padding-left: 40px;"><math>10x_1 + 4x_2 \geq 20</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>5x_1 + 5x_2 \geq 20</math></p> <p style="padding-left: 40px;"><math>x_1, x_2 \geq 0</math></p>
<p>Max <math>Z = f(x, y) = 150x + 100y</math></p> <p>Sujeto a:</p>	<p>Min <math>Z = f(x, y) = 3x + 5y</math></p> <p>Sujeto a:</p>

$2x + 3y \leq 600$ $2x + y \leq 480$ $x, y \geq 0$	$6x - y \leq 1x$ $+ y \geq -1y$ $\leq 2$ $x, y \geq 0$
--	---

1.1.4

### 1.1.5 PRACTICA N° 05: MATRICES Y DETERMINANTES

#### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión usando matrices y determinantes.

#### 4. FUNDAMENTO TEÓRICO

CONCEPTO GENERAL: Es un ordenamiento rectangular de elementos de números reales dispuestos en filas y columnas, es decir, en la forma:

$$5. \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$\forall a_{ij} \in \mathbb{R}, \forall i, \forall j, i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m.$ Cada "a <sub>ij</sub> " recibe el nombre de elemento de una matriz.	Los subíndices indican la posición de cada componente, el primero pertenece a la fila y el segundo "n" a la columna.	Una matriz de "m" filas y "n" columnas, llamaremos a esta matriz "A" y su notación es "m x n".
---	--	--

#### APLICACIÓN DE MATRICES

1. El 14 de febrero, la cantidad de acciones de propiedad de Juan y Henry está dada en la siguiente tabla:

		x	y	z	w
Juan		2000	1000	500	5000

Henry		1000	500	2000	0
-------	--	------	-----	------	---

Y los respectivos precios al cierre de: x, y, z, w fueron: 24, 47, 150, 14 dólares de acción.

Hallar los valores del total de las acciones de cada uno en esta fecha.

SOLUCIÓN:

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix} 24 \\ 47 \\ 150 \\ 14 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2000 & 1000 & 500 & 5000 \\ 1000 & 500 & 2000 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Entonces: } BA = \begin{pmatrix} 2000 & 1000 & 500 & 5000 \\ 1000 & 500 & 2000 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 24 \\ 47 \\ 150 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240000 \\ 347500 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, el 14 de febrero las acciones de Juan valían 240000 dólares y las acciones de Henry valían 347500 dólares.

### EJERCICIOS

I. Dadas las matrices :  $A =$  ,  $B =$  ,  $C =$   
Resuelve las ecuaciones:

a)  $3X = A + B$       b)  $2X + B = C$       c)  $3A + X = 2B - C$       d)  $5(X - C) =$

II. Dadas las siguientes matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -9 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & 7 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 9 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 \\ -5 & 7 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Determina : a)  $(A + C)^T$       b)  $CxB$       c)  $D^2$       d)  $C^{-1}$       e)  $|C - A|$       f)  $|2A - 5C|$

III. Encuentra  $AB$  y  $BA$ , si es posible.

1)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$        $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$       2)  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$        $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

$$3) A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 5 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 4 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad 4) A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ -5 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \quad 6) A = [-1 \ 1] \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- IV. Un fabricante de casacas necesita fabricar 6 casacas marrones, 8 verdes, 13 negros. Además los materiales que se utilizan son: Cuero, hilo, botones, cierres y forro, representados de la forma siguiente.

	cuero	hilo	botones	cierres	forro
Marrones	5	20	16	7	17
Verdes	7	18	12	9	21
Negros	6	25	8	5	13

Además se sabe que el costo de cuero es 20 soles, el hilo 30 soles, botones 25 soles, cierres y forro 15 soles.

- ¿Cuántas unidades de materiales necesita el fabricante?
- ¿Cuánto es el costo total de los materiales?

- V. Resuelve los siguientes ejercicios utilizando la regla de Cramer.

$$1) \begin{cases} 3x + 4y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - 2y = 8 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 3x - 7y = 24 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x - 5y = 1 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

## 1.1.6 PRACTICA N° 06: FUNCIONES LINEALES Y CUADRATICAS

### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión usando funciones lineales y cuadráticas.

### 6. FUNDAMENTO TEÓRICO

7. I. DEFINICIÓN: Dado dos conjuntos no vacíos A y B; se llama función "f" definida en A y con los valores en B, o simplemente función de A en B a toda relación "f" que asocia a cada elemento,  $x \in A$  a lo más un único elemento  $y \in B$ .

8. II. NOTACIÓN FUNCIONAL:  $f: A \rightarrow B \quad \vee \quad f: A \rightarrow B$  Se lee f es función de A en B.

### 9. III. Tipos de funciones

10. En el presente material, se tomarán las funciones de más frecuencia utilizadas en Administración.

11. Estas funciones son: Función lineal, Cuadrática, Exponencial y Logarítmica, con sus respectivas gráficas, tales funciones se tratarán más detalladamente en capítulos posteriores a esta unidad.

#### 12. 3.1. FUNCIÓN LINEAL O DE PRIMER GRADO

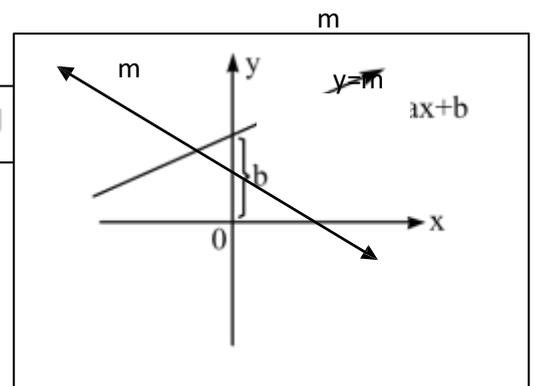
13. a.- Forma General:

$$f(x) = mx + b; \text{ Donde: } m, b \in \mathbb{R}$$

14. b.- Gráfica : Es una Línea Recta.

15. c.- Dominio :  $\mathbb{R}$ , d.- Rango :  $\mathbb{R}$

16. e.- Formas de representación de una recta:



<i>Forma pendiente-ordenada al origen</i>	<i>Forma punto-pendiente</i>	<i>Ecuación lineal general</i>
$y = mx + b$ Recta con pendiente $m$ y ordenada al origen $b$	$y - y_1 = m(x - x_1)$ Recta con pendiente $m$ que pasa por el punto $(x_1, y_1)$	$Ax + By + C = 0$ Recta con pendiente: $m = -A/B$ y ordenada al origen $-C/B$ , si $B \neq 0$ .

#### 15. FUNCIONES CUADRÁTICAS O DE SEGUNDO GRADO

a.- Regla de Correspondencia:

b.- Gráfica: Es una curva llamada parábola con abertura hacia arriba o hacia abajo.

El vértice es el punto central de la curva parabólica

Las coordenadas del vértice e representa por  $V(h; k)$

Observando el valor de " a " en la regla de correspondencia se predice la orientación de la curva.

hacia arriba; Si  $a < 0$ , la curva tendrá abertura hacia abajo

c.- Dominio:  $D_f = \mathbb{R}$

d.- Rango: Si:  $a > 0 \Rightarrow \text{Ran} = [k; +\infty)$ , Si:  $a < 0 \Rightarrow \text{Ran} = (-\infty; k]$  (k es la ordenada del vértice)

#### PRÁCTICA EN CLASE

1. Dada la función  $f(x) = x^2 - x - 2$ , hallar:  $f(1)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(2)$ ,  $f(4)$ ,  $f(1/2)$ ,  $f(a-5)$ ,  $f(f(-1))$  y  $f(f(2))$
2. Halla el dominio y rango de las siguientes funciones. Construye su gráfica.  
a)  $f(x) = x^2 - 3x + 1$       b)  $f(x) = -4x^2 + 2x$       c)  $f(x) = -2x^2$       d)  $f(x) = x^2 - 5x$
3. El dueño de un comercio de artículos eléctricos que sabe que si semanalmente vende (x) artículos, sus ganancias son: ( ) = \_\_\_\_\_, desea determinar el número de unidades que deberá vender para que la ganancia sea máxima.  
a) ¿Qué cálculo le aconsejarías hacer al comerciante?  
b) ¿A partir de qué número de artículos comenzarían a decrecer sus ganancias?
4. Los costes de producción de una empresa vienen dados por  $C = 40000 + 20q + q^2$  (q: unidades producidas; C: coste en \$). El precio de venta de cada unidad es de \$520. pues se sabe que, a ese precio, el mercado absorbe toda la producción.  
a) Expresa en función de q el beneficio de la empresa y represéntalo gráficamente.  
b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?
5. El señor Carlos Alberto es propietario de un hotel con 60 habitaciones. Él puede alquilarlas todas si fija un alquiler mensual de S/200 por habitación. Con un alquiler más alto, algunas habitaciones quedarán vacías. En promedio, por cada incremento de alquiler de S/5 una habitación quedará vacía sin posibilidad de alquilarse. Determine la relación funcional entre el ingreso mensual total y el número de habitaciones vacías. ¿Qué alquiler mensual maximizaría el ingreso total? ¿Cuál es este ingreso máximo?
6. El ingreso mensual por concepto de la venta de x unidades de cierto artículo está dado por  $R(x) = 12x - 0,01x^2$ , determine el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál sería el correspondiente ingreso máximo?
7. Una empresa tiene costos fijos al mes de \$2000 y el costo variable unitario de su producto es \$25. a) Determinar la función de costo.  
b) El ingreso "I" obtenido por vender x unidades está dado por  $I(x) = 60x - 0,01x^2$ .

Determine el número de unidades que deben venderse al mes, de modo que maximice el ingreso. ¿Cuál sería este ingreso máximo?  
c) ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse al mes con el propósito de obtener una utilidad máxima? ¿Cuál sería esta utilidad máxima?

## 1.1.7 PRACTICA N° 07: LA DERIVADA

### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión usando la derivada de una función real.

### 17. FUNDAMENTO TEÓRICO

#### Definición de derivada.

La derivada de una función  $f$  en el punto de abscisa  $x = a$ , se define como el siguiente límite, si existe:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

A la derivada de una función en un punto se le llama también tasa de variación instantánea.

#### Ejemplo 1:

Halla la derivada de la función  $f(x) = \frac{2}{x+1}$  en el punto  $x = 3$

Podemos seguir los siguientes pasos:

$$1^{\circ} \quad f(3) = \frac{2}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

$$2^{\circ} \quad f(3+h) = \frac{2}{3+h+1} = \frac{2}{4+h}$$

$$3^{\circ} \quad f(3+h) - f(3) = \frac{2}{4+h} - \frac{1}{2} = \frac{4 - 1 \cdot (4+h)}{2(4+h)} = \frac{-h}{2(4+h)}$$

$$4^{\circ} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-h}{2(4+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{2h(4+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{2(4+h)} = \frac{-1}{8}$$

#### Función derivada.

La derivada de una función en un punto de abscisa  $x = a$ , asigna a dicho punto un número real, que es el valor de la derivada en dicho punto.

También podemos considerar una función que asocie a cada punto  $x$ , el valor de la derivada en ese punto. Recibe el nombre de función derivada o simplemente derivada.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Derivadas de operaciones con funciones.

Aplicando la definición de derivada se obtienen las siguientes fórmulas:

Derivada de una suma o diferencia:  $(f \pm g)' = f' \pm g'$

Derivada de un producto:  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$

Derivada de un cociente:  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

Derivada de una función compuesta: Regla de la cadena.

Sea la función compuesta  $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

La derivada de la composición de  $f$  y  $g$  es el producto de la derivada de  $g$  en el punto  $f(x)$  multiplicada por la derivada de  $f$  en el punto  $x$ .

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$$

**PRACTICA GRUPAL**

I. Determine  $\frac{dy}{dx}$  de los siguientes ejercicios y simplifique su resultado

1.  $( ) =$
2.  $( ) = +$
3.  $( ) = \text{---}$
4.  $( ) =$
5.  $( ) = \text{---}$
6.  $( ) =$
7.  $( ) = \sqrt{\text{---}}$
8.  $( ) = \text{---+---}$

9. ( ) =

10. ( ) =  $\sqrt{\quad} -$

II. Determine:

- La ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $y^3 - 2xy = 6x + y + 1$ , en un punto cuya ordenada es  $-1$
- Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = x^3 e^{2x-2} - \ln(x^2)$  en  $x = 1$
- Los puntos sobre la curva  $x^2 + xy + y^2 = 3$  donde la tangente es horizontal
- La ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $(2xy^3 + 1)^3 = 2y - x$ ; en  $x = 0$
- La razón de cambio porcentual en  $x = 1$  para la función "y" si  $(2xy + y)^5 = 243x$
- Estime cuánto cambiaría la función  $f(x) = x^2 - 3x + 5$  cuando "x" aumenta de 5 a 5.3
- Estime cuánto cambiaría la función  $f(x) = \frac{x}{x+1} - 3$  cuando "x" decrece de 4 a 3.8

III. Problemas

1. El costo en dólares de producir  $x$  unidades es  $C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 39$ , el precio al cual se venden

las  $x$  unidades es  $p(x) = -x^2 + 4x + 10$  :

- ¿Cuál es la expresión de la utilidad  $U(x)$  ?
- Determine la utilidad real por la venta de la quinta unidad
- Estime mediante el cálculo, la utilidad por la venta de la quinta unidad

## 1.1.8 PRACTICA N° 08: APLICACIONES DE LA DERIVADA

### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión aplicando la derivada de una función real.

### 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

#### PROBLEMAS DE ANALISIS MARGINAL

- En una fábrica de calculadoras digitales la relación del precio unitario  $p$  en soles y la cantidad de la demanda  $x$  de la calculadora Tk-85 está dada mediante la ecuación:  $p = 650 - 0.03x$ ,  $0 \leq x \leq 25\ 000$ .
  - ¿Cuál es la función de ingreso?
  - ¿Cuál es la función del ingreso marginal?
  - Utilicemos la función de ingreso marginal para estimar el ingreso adicional que generará la producción y venta de la unidad 9 001.

- d) Utilicemos la función ingreso para calcular exactamente el ingreso que genera la producción y venta de la unidad 9 001
2. En una fábrica se determinó que el ingreso está dado por  $I(x) = 2\,300x - 0,8x^2$  soles, cuando se vende  $x$  unidades de un cierto artículo al mes. Actualmente se producen 175 unidades y se planea incrementar la producción en 1 unidad.
- ¿Cuál es el ingreso marginal al producir la unidad 176?
  - ¿Qué ingreso real adicional generará la venta de la unidad 176?
3. El ingreso total de una pequeña fábrica de estantes está dado por  $I(x) = 480x - 0,1x^2$  soles, cuando producen  $x$  unidades durante un mes. Actualmente se producen 160 unidades al mes y se planea aumentar la producción mensual en 1 unidad. Calcula, utilizando el análisis marginal, el ingreso adicional que genera la producción y venta de la unidad 161.
4. Una compañía de transporte terrestre tiene un ingreso mensual de  $I(x) = 10\,000x - 125x^2$  soles, cuando el precio por pasajero es  $x$  soles.
- Determina la función de ingreso marginal.
  - Calcula el ingreso marginal en  $x = 38$ ,  $x = 40$  y  $x = 42$ .
  - Interpreta los resultados.
5. El departamento de promoción y desarrollo de una compañía de artículos para el hogar desarrolla un programa de comercialización de refrigeradores, y se determinó que su demanda es de:  $p = -0,05x + 900$ ,  $0 \leq x \leq 20\,000$ , donde  $p$  denota el precio unitario del refrigerador en soles y  $x$  la cantidad de demanda.
- ¿Cuál es la función de ingreso?
  - ¿Cuál es la función de ingreso marginal?
  - Calcula el ingreso marginal cuando  $x = 7\,500$ .
6. La relación entre el precio unitario  $p$  en soles y la cantidad de la demanda  $x$  de los televisores Arowns está dada mediante la ecuación:  $p = 0,03x + 380$ ,  $0 \leq x \leq 20\,000$
- Determina la función ingreso.
  - Determina la función de ingreso marginal.
  - Utiliza la función de ingreso marginal para calcular el ingreso obtenido de la venta de la unidad 8 001.
  - Analiza el ingreso real obtenido por la venta de la unidad 8 001.

7. El costo total, en soles, para producir  $x$  metros de cierta tela es:  $C(x) = 30\,000 + 20x + 0.1x^2 + 0.002x^3$
- Encontremos la función de costo marginal.
  - Calculemos  $C'(100)$  e interpretemos su resultado.
8. El costo total de producción de  $x$  envases esféricos para refrescos, en una compañía embotelladora, está dado por:  $C(x) = 200 + 20x + 0.5x^2$
- Calculemos la función de costo promedio.
  - Determinemos la función costo marginal en  $x=50$ ,  $x=100$ .
9. En una fábrica se determinó que cuando se produce  $x$  número de cierto artículo, el costo total es de  $C(x) = x^2 + 6x + 128$  soles.
- Calcula la función de costo marginal.
  - Emplea la función de costo marginal para calcular el costo de fabricar la cuarta unidad.
  - ¿Cuál es el costo real de producir la cuarta unidad?

## PRACTICA N° 09: LA INTEGRAL INDEFINIDA Y SUS APLICACIONES

### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión aplicando la integral indefinida y sus aplicaciones.

### 3. FUNDAMENTO TEÓRICO

#### 16. EJERCICIOS DE INTEGRALES INDEFINIDAS

Resolver:

$$1) \int (3x^5 - 4x^3 + 5x + 2) dx \quad 2) \int (9x^3 + 3x^2 - 8x + 4) dx \quad 3) \int \frac{2-x}{x^3} dx$$

$$4) \int \left( 2x^3 - \frac{6}{5}x^2 + 8x \right) dx \quad 5) \int (x^7 + e^{3x}) dx \quad 6) \int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$7) \int \frac{x^4 + 5\sqrt[3]{x} - 3x\sqrt{x} - 2}{4x} dx \quad 8) \int (e^x + 2x) dx \quad 9)$$

$$\int (\sqrt{x^3} - 2x + 1) dx$$

## 17. II.- PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE INTEGRALES

- (Costo marginal) El costo marginal de una empresa está dado por  $C'(x) = 24 - 0,03x - 0,006x^2$ . Si el costo de producir 200 unidades es de \$22 700, encuentre:
  - La función de costo;
  - Los costos fijos de la empresa;
  - El costo de producir 500 unidades.
  - Si los artículos pueden venderse a \$90 cada uno, determine el nivel de producción que maximiza la utilidad.
- (Ingreso marginal) La función de ingreso marginal de cierta empresa es  $I'(x) = 4 - 0,01x$ 
  - Determine el ingreso obtenido por la venta de  $x$  unidades de su producto.
  - ¿Cuál es la función de demanda del producto de la empresa?
- (Ingreso marginal) La función de ingreso marginal de una empresa es  $I'(x) = 20 - 0,02x - 0,003x^2$ .
  - Encuentre la función de ingreso.
  - ¿Cuánto ingreso se obtendrá por la venta de 100 unidades del producto de la empresa?
  - ¿Cuál es la función de demanda del producto de la empresa?
- (Costo marginal) El costo marginal de los Productos ABC es  $C'(x) = 3 - 0,001x$ , y el costo de fabricar 100 unidades es \$1005. ¿Cuál es el costo de producir 200 unidades? Los artículos se venden a \$5 cada uno. Determine el incremento en la utilidad si el volumen de venta se incrementa de 1000 a 2000.
- En la manufactura de un producto, los costos fijos por semana son de \$4000. Los costos fijos son costos como la renta y el seguro, que permanecen constantes a todos los niveles de producción en un periodo dado. Si la función de costo marginal es  $C'(q) = 0,000001(0,002q^2 - 25q) + 0,2$ , donde  $C$  es el costo total (en dólares) de producir  $q$  libras de producto por semana. Encontrar el costo de producir 10,000 libras en una semana.
- En los problemas del a al d:  $I'(q)$  es una función de ingreso marginal. Encuentre la función de demanda.
  - $I'(q) = 0,07$
  - $I'(q) = 15 - (1/15)q$
  - $I'(q) = 275 - q - 0,3q^2$
  - $I'(q) = 10\,000 - 2(2q + q^3)$
- En los problemas del a al d,  $C'(q)$  es una función de costo marginal y los costos fijos están indicados entre llaves, encuentre la función de costo total y encuentre el costo total para el valor indicado de  $q$ .
  - $C'(q) = 1,35$ , {230};  $q = 45$
  - $C'(q) = 2q + 75$ , {2000};  $q = 200$

c)  $C'(q) = 0,09q^2 - 1,2q + 4,5$ ;  $\{7700\}$ ;  $q = 10$       d)  $C'(q) = 0,000102q^2 - 0,034q + 5$ ;  
 $\{10,000\}$ ;  $q = 100$ .

## PRACTICA N° 10: LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES

### 1. CAPACIDADES

Resuelve problemas de gestión aplicando la integral definida y sus aplicaciones

#### FUNDAMENTO TEÓRICO

**INSTRUCCIONES:** Lee con atención cada uno de los siguientes ejercicios y aplica las propiedades de la integral definida y encuentra el valor de las siguientes integrales.

1.  $\int_2^4 \frac{x}{2} dx =$       2.  $\int_1^3 (3x^2 + 2x) dx =$       3.  $\int_2^2 x^3 dx =$

**INSTRUCCIONES:** Lee con atención cada uno de los siguientes problemas y contesta lo que se solicita, anotando el desarrollo y la solución.

4. Graficar y hallar el área bajo la función  $y = f(x)$  en el intervalo cerrado  $[a, b]$ .

a)  $f(x) = x + 5$  en el intervalo cerrado  $[-2, 3]$ .

b)  $f(x) = x^2$ , en el intervalo cerrado  $[-2, 2]$ .

**INSTRUCCIONES:** En los siguientes ejercicios realiza la gráfica y aplica el **teorema fundamental del cálculo** para calcular el valor de las siguientes integrales.

5.  $f(x) = 2x - x^2$  en el intervalo cerrado  $[0, 2]$ .

6.  $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$  entre  $x = 0$  y  $x = 3$ .

7.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ , entre  $x = -1$  y  $x = 2$ .

8. Si la función de demanda es  $y = 32 - 4x - x^2$ , determinar el excedente del consumidor

a) Si  $x_0 = 3$       b) Si  $y_0 = 27$

9. Si la función de demanda es  $y = \sqrt{9 - x}$  y  $x_0 = 5$ , evaluar el excedente del consumidor

10. La cantidad vendida y el correspondiente precio en un mercado monopolístico se determina por medio de la función de demanda  $y = 16 - x^2$ , y por la función de costo marginal  $y' = 6 + x$ , de manera que se maximice la ganancia. Determinar el correspondiente excedente del consumidor.

11. Si la función de oferta es  $y = (x+2)^2$  y el precio se fija en  $y_0 = 25$ , obtener el excedente del productor.

### 12.3. ANEXOS N° 3: CONSTANCIA DE APLICADO LA PROPUESTA

"Año del buen servicio al ciudadano"

Nuevo Chimbote 05 de Setiembre del 2017

**SOLICITA AUTORIZACION PARA  
INVESTIGACION**

Sra:

**JAELA PEÑA ROMERO  
DIRECTORA DE ESCUELA DE LA EAP DE ADMINISTRACION DE LA  
UNIVERSIDAD CESAR VALLEJO - CHIMBOTE**

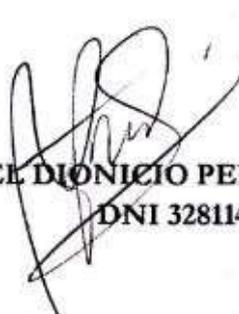
De mi consideración:

Es grato dirigirme a usted para saludarlo y manifestarle que, por motivo de estudios de maestria, he considerado realizar una investigación titulada "EL APRENDIZAJE COLABORATIVO Y EL RENDIMIENTO ACADEMICO EN LOS ESTUDIANTES DE MATEMATICA SUPERIOR DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ADMINISTRACION DE LA UNIVERSIDAD CESAR VALLEJO 2017-II", por lo cual solicito su autorización a fin de poder aplicar mi investigación, que optimizara el logro de las capacidades previstas en el curso.

Esperando se acceda a mi petición, me despido no sin antes reiterarle mis respetos personales.

Atentamente



  
**MIGUEL DIONICIO PEREZ GONZALES**  
DNI 32811499



Estudiantes rindiendo el pre test



Estudiantes trabajando en equipo